



Gabarito de provas

1 Período 2004.2

1.1 Prova 1

1.

$$\Pr\{k|A\} = \begin{cases} 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n & 1 \leq k \leq 6 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

2. Quesito de demonstração.

$$3. E\{Y\} = \cos(\omega t)E\{X\} + c \\ \text{Var}\{Y\} = \cos^2(\omega t)\text{Var}\{X\}$$

4. $a = 0$, $0 \leq b \leq 1$, e $c = 1$.

5. $|a| \leq 0,5$, $a \neq 0$, e $b = \frac{1}{2a}$.

6.

$$p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{12\pi}y^{-\frac{2}{3}} & |y| \leq 8\pi^3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

1.2 Prova 2

1.

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N x_i^2$$

é uma estimativa não-polarizada com limite de Cramer-Rao dado por

$$\text{var}\{\theta^*\} \geq \frac{\theta^2}{N}$$

2.

$$\hat{\theta}_{MAP} = \frac{-(N-1) + \sqrt{(N-1)^2 + 2 \sum_{i=1}^N x_i^2}}{2}$$

é a estimativa *a posteriori* se $\sqrt{(N-1)^2 + 2 \sum_{i=1}^N x_i^2} > (N-1)$, que será sempre verdade se $\sum_{i=1}^N x_i^2 > 0$.

3. $x(t)$ não é ergódico na média. Para que o seja, deve-se ter $\mu = 0$.
4. $y(t)$ é obtido pela diferença de dois processos Gaussianos, portanto também é Gaussiano. Como $E\{y(t)\} = 0$ e $\text{var}\{y(t)\} = \sigma^2/\varepsilon$, o processo $y(t)$ é ESE. E ainda, com

$$\gamma_y(t, t + \tau) = \begin{cases} 0 & |\tau| \geq \varepsilon \\ \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}(\varepsilon - \tau) & |\tau| < \varepsilon \end{cases}$$

dependente apenas de τ , o processo $y(t)$ é ESA. Com $\varepsilon \rightarrow 0$, $\gamma_y(t) = \sigma^2\delta(\tau)$, que implica em $y(t)$ ser um ruído branco Gaussiano (derivada do movimento Browniano).

5. Ver eq. (7.36), pp. 204, do livro do Jazwinski.