Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Departamento de Engenharia Elétrica - FT - UnB
Disciplina: Introdução aos Processos Estocásticos
Professor: Geovany Araújo Borges {gaborges@ene.unb.br}

Nome: _____ **Matrícula:** _____

Lista de exercícios 5

Entrega até 17/10/2006, diretamente com o professor no início da aula.

1. Determine as relações analíticas entre p (nível de significância) e a constante c do elipsóide definido por

$$(\mathbf{x} - E\{X\})^T \cdot \mathbf{P}_X^{-1} \cdot (\mathbf{x} - E\{X\}) = c$$

   com X sendo uma va gaussiana com $n = 3$, esperança $E\{X\}$ e matriz de covariâncias $\mathbf{P}_X$. $\mathbf{x}$ é amostra de X, e um ponto sobre o elipsóide no espaço $X_1 \times X_2 \times X_3$.

2. Considere X uma va com distribuição gaussiana bivariada cujos parâmetros são

$$E\{X\} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{P}_X = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,2 & 3 \end{pmatrix}$$

   Para cada transformação abaixo, determine a FDP de Y, seu tipo de distribuição (e.g., binomial, gaussiana, etc.) e os parâmetros da distribuição.

   (a) $Y = \mathbf{P}_X^{-1/2} \cdot (X - E\{X\})$
   (b) $Y = |X - E\{X\}|^2$, em que $|\cdot|$ é o módulo vetorial.

3. Considerando o problema 2, realize simulações de Y obtidas para 5000 amostras de X de acordo com as transformações (a) e (b). Para cada caso, faça:

   (a) Apresente gráficos $Y_1 \times Y_2$ das componentes da amostras de Y para cada transformação.
   (b) Apresente gráficos superpondo a FDP esperada e a FDP estimada por meio de histograma.

   Comente os resultados obtidos. Apresente o código de simulação.

4. Seja $X \sim U(0,1)$, determine a FDP de $Y = -\ln(X)$. Proponha um gerador de amostras de Y usando a sua FDP. Determine analiticamente $E\{Y\}$ e $var\{Y\}$, e compare com estimativas amostrais.

5. Seja $X \sim U(-2\pi, 2\pi)$. Encontre $p_Y(y)$ se

   (a) $Y = X^4$
   (b) $Y = \sin(3X)$.

6. Implementar um estimador $\hat{\pi}$ para o número π usando a idéia de usar a relação entre áreas de um círculo unitário inscrito a um quadrado de lado $\lambda = 2$ discutida em sala de aula. Apresente a curva do erro de estimação em função do número de amostras $\varepsilon(N) = \pi - \hat{\pi}(N)$.