



# Experiência 1

## Identificação da Função de Transferência de Sistemas Não-Lineares em Pontos de Operação

**Objetivos:** O objetivo principal deste experimento é a identificação experimental de um processo não linear de 1ª ordem em diferentes pontos de operação. Verificar também diferenças entre a resposta ascendente e descendente.

### 1-Introdução

Em sistemas reais, características não lineares estão sempre presentes. A consideração destas não linearidades é necessária a partir do momento em que sua influência afeta o comportamento do sistema como um todo. Em função do comportamento particular de determinados tipos de não-linearidades, bem como da dificuldade de modelamento e tratamento matemático de funções de ordem superior, é conveniente a utilização de técnicas de identificação experimentais que permitam caracterizar os sistemas, i.é, obter uma aproximação por função de transferência. Conceitos de controle, como constantes de tempo e ganho, que descrevem a resposta de sistemas dinâmicos no domínio do tempo, aplicam-se, a rigor, apenas a sistemas lineares. Em um sistema não-linear, essas características variam com o ponto de operação.

### 2-Identificação de um processo de nível em malha fechada

Um sistema de nível de líquido de seção transversal  $A$  [ $m^2$ ], com vazão volumétrica de entrada  $q_i$  [ $m^3/s$ ], terá uma vazão de saída  $q_o = k\sqrt{h}$  [ $m^3/s$ ], onde  $k$  [ $m^{2.5}/s$ ] é uma constante que caracteriza a válvula de saída, Figura 1. A coluna de água no reservatório,  $h$ , será descrita pela seguinte equação diferencial não linear:

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - k\sqrt{h} \quad (1)$$

Em um ponto de operação  $\bar{h}$  (ver apêndice), o sistema linearizado (modelo de pequenos sinais) tem a seguinte função de transferência em malha aberta:

$$\frac{\delta H}{\delta Q_i}(s) = G(s) = \frac{K}{sT + 1} \quad (2)$$

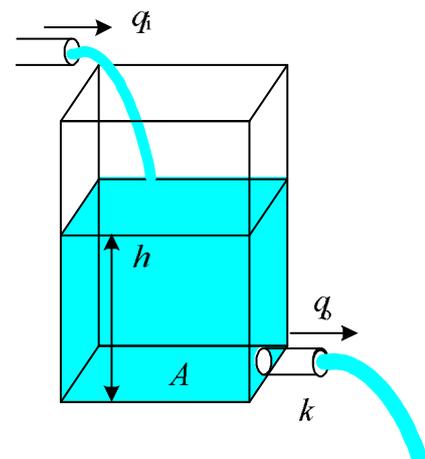


Fig.1 Sistema de nível de líquidos de 1ª ordem

Ocorre, no entanto, que em malha aberta não é possível (sem tentativa e erro) levar o sistema ao ponto de operação desejado. Assim, faz-se necessário, fechar a malha com um controlador proporcional ( $K_p$ ). Este controlador apresenta erro em regime permanente, mas é a opção mais simples para levar um processo “desconhecido” à vizinhança do ponto de operação.

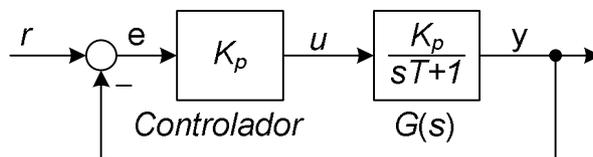


Figura 2 – Sistema de 1ª ordem em malha fechada.

A função de transferência do sistema em malha fechada  $F(s)$  é dada por:

$$F(s) = \frac{\frac{K_p \cdot K}{s \cdot T + 1}}{1 + \frac{K_p \cdot K}{1 + s \cdot T}} = \frac{K_p \cdot K}{(s \cdot T + 1) + K_p \cdot K} \cdot \frac{(1 + K_p \cdot K)^{-1}}{(1 + K_p \cdot K)^{-1}}$$

$$F(s) = \frac{\frac{K_p \cdot K}{1 + K_p \cdot K}}{s \frac{T}{1 + K_p \cdot K} + 1} = \frac{K_f}{sT_f + 1} \quad (3)$$

Onde os parâmetros de malha fechada são dados por  $K_f = \frac{K_p \cdot K}{1 + K_p \cdot K}$  e  $T_f = \frac{T}{1 + K_p \cdot K}$ .

Assim, utilizando (3) e o valor de  $K_p$ , é possível calcular os parâmetros de malha aberta ( $K$  e  $T$ ) a partir dos parâmetros de malha fechada ( $K_f$  e  $T_f$ ).

A obtenção do ganho de pequenos sinais  $K_f$  e a constante de tempo  $T_f$  estão ilustrados na figura 3. Neste exemplo  $K_f = \Delta h / \Delta r = (.8746 - .6914) / (1.1 - .9)$ ;  $T_f = 9.4 \text{ seg}$ .

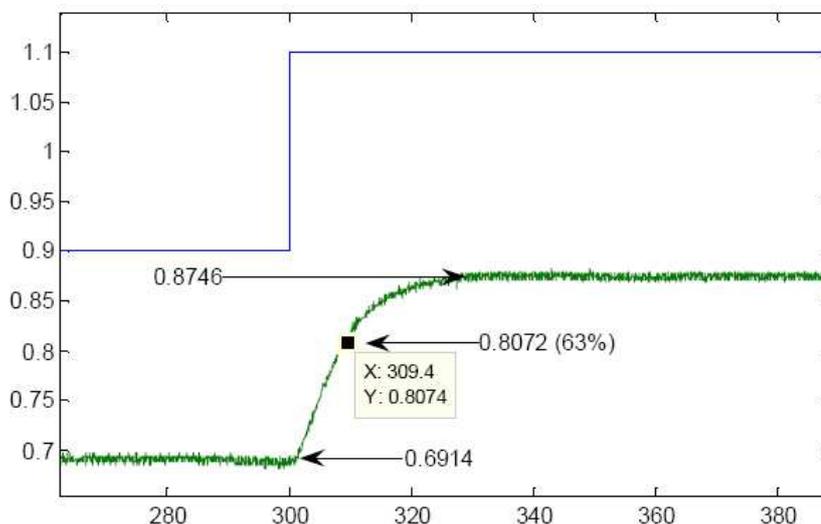


Figura 3 – Obtenção de  $K_f$  e  $T_f$  a partir da resposta do sistema.

### 3- Realização do Experimento

A disponibilização de experimentos remotos na Internet tornou-se prática comum e permite o “compartilhamento” de recursos entre universidades e centros de pesquisa de todo o mundo. Neste experimento será utilizado o processo de nível de líquido disponibilizado pelo *Automatic Control Telelab* da Universidade de Siena na Itália:

<http://www.dii.unisi.it/~control/act/home.php>

O procedimento geral do experimento baseia-se na aplicação de uma onda quadrada como referência, e acompanhamento da forma de onda da resposta. A partir da resposta temporal é possível determinar a constante de tempo e o ganho proporcional em cada ponto de operação.

- 1) Cada grupo de alunos utilizará um valor de  $K_p$  que é função dos últimos dígitos das respectivas matrículas ( $d1, d2, d3$ ):  $K_p = 5 + 5*(d1 + d2 + d3)/27$ .  
Para grupos de dois alunos:  $K_p = 5 + 5*(d1 + d2)/18$ .
- 2) Acessar o ACT, selecionar *Experiments*. Selecionar *Level Control – Control Experiment*.
- 3) Preencher *Personal Data*. Selecionar *P.I.D. Controller*, **Run Experiment**.
- 4) Habilitar todos os painéis.
- 5) No painel do controlador, selecionar  $Kd=0, Ki=0, Kp$  conforme o item 1.
- 6) No painel da referência, selecionar: *center 0,5; Amplitude 0,1; Freq. 0,005*
- 7) Executar o experimento e salvar o arquivo .mat (após 10min).
- 8) Repetir os itens 6 e 7 para *center 1,5*.

### 4 – Relatório

O relatório deve ser sucinto e conter os seguintes itens:

- 1) Breve descrição do processo e do procedimento utilizado (max. 1 página),
- 2) Curvas obtidas e tabela de resultados segundo o Ponto de Operação (PO):

	PO1+ r:0.4→0.6	PO1- r:0.6→0.4	PO2+ r:1.4→1.6	PO2- r:1.6→1.4
$K$				
$T$				
$\bar{h}$ ( $h_{max}-h_{min}$ )/2				

- 3) Em que condições de operação o sistema de nível de líquidos pode ser considerado linear? (Parâmetros do controlador, faixa de operação, amplitude da referência, sinal do atuador).
- 4) Explique, com argumentos da física, por que o sistema enche mais rápido quando está quase vazio (menor constante de tempo em PO1).
- 5) Que procedimento poderia ser utilizado, para verificar matematicamente, que a operação de um sistema de primeira ordem é de pequenos sinais (ver Ogata).

### Apêndice

#### Modelamento matemático do processo de nível de 1ª ordem

$$q_o = k\sqrt{h} \quad \rightarrow \text{Lei de Bernoulli}$$

$$\boxed{A \frac{dh}{dt} = q_i - k\sqrt{h}} \quad \rightarrow \text{Equação diferencial não linear que descreve o processo.}$$

$$f(x) = f(\bar{x}) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x})$$

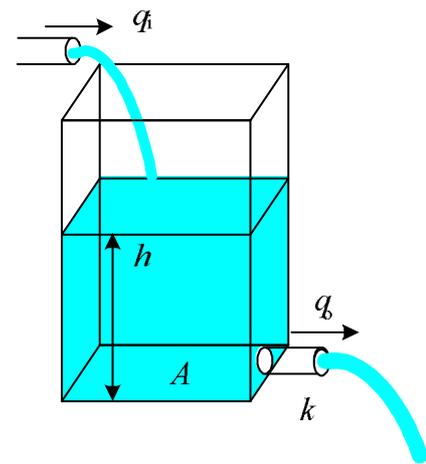
$$\sqrt{h} = \sqrt{\bar{h}} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{h}}} (h - \bar{h}) = \sqrt{\bar{h}} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{h}}} \delta h$$

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - k\sqrt{h} - \frac{k}{2\sqrt{\bar{h}}} (\delta h)$$

$$\frac{d\delta h}{dt} = \frac{d(h - \bar{h})}{dt} = \frac{dh}{dt};$$

$$\delta q_i = q_i - k\sqrt{\bar{h}};$$

No ponto de operação:  $\bar{q}_i = k\sqrt{\bar{h}}$



$$\boxed{\frac{d\delta h}{dt} = -\frac{k}{2A\sqrt{\bar{h}}} \delta h + \frac{\delta q_i}{A}} \quad y = \delta h$$

Obs.: Para simplificar a notação consideramos:  $a = \frac{k}{2A\sqrt{\bar{h}}}$

$$(s + a)\delta H = \delta Q_i / A \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\delta H}{\delta Q_i} = \frac{1/aA}{s/a + 1} = \frac{K}{sT + 1}}$$

