

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

**Instruções:**

- Tempo máximo de duração: 2 horas.
- Explique o desenvolvimento das questões. Resultados sem explicações e sem desenvolvimentos não serão aceitos;
- Não use aproximações, exceto quando explicitamente indicado;
- É permitido o uso de máquina calculadora;
- Quando forem solicitados resultados analíticos (*i.e.*, fórmulas literais), estes devem ser desenvolvidos envolvendo as variáveis de interesse e os parâmetros do modelo. Outras variáveis dependentes não devem estar presentes nas fórmulas.

**Principais fórmulas:**

- Característica estática de um elemento:

$$O(I) = KI + a + K_M I_M I + K_I I_I + N(I),$$

- Propagação de incertezas gaussianas por uma função  $y = f(x)$  em torno de um ponto  $\bar{x}$ :

$$\begin{aligned}\bar{y} &= f(\bar{x}) \\ \sigma_y^2 &= \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2\end{aligned}$$

- Dinâmica de segunda ordem:

$$H(s) = \frac{1}{K} G(s), \text{ com } G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

**Questões:**

1. Considere um resistor dependente de temperatura (RDT), cuja resistência  $R_T$  varia conforme a relação

$$R_T = R_0(1 + \alpha T + \beta T^2)$$

com  $T$  sendo a temperatura em graus centígrados,  $R_0 = 100\Omega$ ,  $\alpha = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\beta = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$ . Responda:

- (a) Determine a sensibilidade  $K$  e o deslocamento  $a$  para o intervalo de temperatura de  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$  a  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$  (**pontos: 1,0**);
- (b) Determine a não-linearidade  $N(T)$  do sensor para o intervalo de temperatura de  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$  a  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$  (**pontos: 1,0**).

2. Considere um sistema de medição e temperatura usando o RDT do quesito 1. Esse sistema seria composto do RDT, de um circuito conversor resistência tensão (CRT) e de um registrador. Assumindo-se distribuição gaussiana dos erros, a tabela abaixo apresenta os modelos e parâmetros dos componentes deste sistema:

	RDT	CRT	Registrador
Modelo	$R_T = R_0(1 + \alpha T + \beta T^2)$	$v = K \cdot R_T$	$T_m = \lambda v + a$
Valores médios	$R_0 = 100\Omega$ $\bar{\alpha} = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ $\bar{\beta} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$	$K = 0,05 \text{ V}/\Omega$	$\lambda = 20 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{V}$ $\bar{a} = -100 \text{ } ^\circ\text{C}$
Desvios-padrão	$\sigma_{R_0} = 1\Omega$ $\sigma_\alpha = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ $\sigma_\beta = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$	$\sigma_K = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}/\Omega$	$\sigma_\lambda = 2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{V}$ $\sigma_a = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$

Responda:

- (a) Determine o valor médio  $\overline{T_m}$  e a variância  $\sigma_{T_m}^2$  da medição  $T_m$  para  $T = 20^\circ\text{C}$  (pontos: 1,6).  
 (b) Considerando o intervalo de confiança  $3\sigma$  para  $T = 20^\circ\text{C}$ , deveríamos recalibrar este sistema se a temperatura medida for  $T_m = 22^\circ\text{C}$ ? Justifique matematicamente sua resposta (pontos: 1,4)

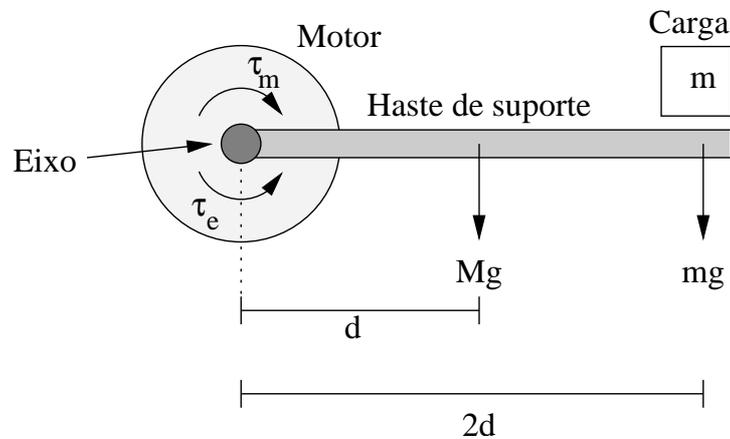


Figura 1: Diagrama da balança do quesito 3.

3. Na tentativa inusitada de construir uma balança, um aluno do curso de graduação em Engenharia Macatrônica da UnB teve a idéia de usar um motor DC em um sistema de malha fechada. A parte mecânica da balança é ilustrada na Figura 1. Nesta figura, uma haste de suporte, de massa  $M$ , é fixada perpendicularmente ao eixo do motor DC. A massa  $m$  a ser medida é colocada na outra extremidade da haste, a uma distância  $2d$  do eixo de rotação do motor. O centro de massa da haste é suposta estar a uma distância  $d$  do eixo de rotação do motor. Devido à ação destas massas, um torque mecânico é exercido sobre o eixo do motor, como sentido mostrado na Figura 1:

$$\tau_m = (2m + M)gd.$$

Nessa equação, supõe-se que a haste permanece sempre na horizontal (para manter esta hipótese, faz-se necessário um outro sistema, que não vem ao caso ser debatido aqui). De modo a manter a haste de suporte em equilíbrio, um torque elétrico  $\tau_e$  deve ser aplicado em sentido contrário a  $\tau_m$ .  $\tau_e$  é relacionado à corrente  $i_e$  que passa pela parte elétrica do motor por  $\tau_e = K_e i_e$ , com  $K_e$  sendo uma constante.

A intenção do aluno é montar uma balança que apresente em sua saída uma tensão  $v_s$ , que seria função das massas  $m$  e  $M$ , bem como dos parâmetros dos elementos que ele dispõe para projetar o sistema:

- Um sensor de diferença de torques agindo no eixo do motor, que apresenta uma tensão  $v$  em Volts de acordo com a relação  $v = K \cdot V_s(\tau_e - \tau_m)$ , com  $V_s$  sendo a tensão de alimentação do sensor;
- Um amplificador de tensão de ganho  $K_A$  variável, podendo  $K_A$  ser tanto positivo como negativo;

- Uma fonte de corrente controlada por tensão, cuja corrente  $i_F$  é proporcional à tensão de entrada em Volts, com constante de proporcionalidade dada por  $K_F$ .

Diante do exposto acima, responda:

- Proponha o diagrama de blocos da balança de modo a minimizar a influência na saída  $v_s$  de uma variação  $\Delta V_s$  sobre a tensão  $V_s$  (**pontos: 1,0**)
  - Mostre matematicamente que condição (ou que condições) deve-se ter de modo a minimizar a influência na saída  $v_s$  de uma variação  $\Delta V_s$  sobre a tensão  $V_s$  (**pontos: 1,0**).
  - A saída  $v_s$  depende também da massa  $M$ . Proponha uma forma de compensar esta influência (**pontos: 1,0**).
4. Um sistema de medição de força que possui sensibilidade estática unitária, apresenta em sua saída uma tensão  $v_s$  que é função da força exercida  $f$ . A dinâmica relacionando a variação da tensão de saída  $\Delta v_s$  em função de uma variação da força  $\Delta f$  é dominada por uma função de transferência de segunda ordem com frequência natural não amortecida  $\omega_n = 40 \text{ rad/s}$  e coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0,1$ . Determinar o erro dinâmico deste sistema em resposta a um  $\Delta f(t)$  dado por

$$\Delta f(t) = 50 \left\{ \sin(15t) + \frac{1}{3} \sin(45t) + \frac{1}{5} \sin(75t) \right\}$$

(**pontos: 2,0**)

BOA PROVA!