Curso de Graduação em Engenharia Mecatrônica
Departamento de Engenharia Elétrica - FT - UnB
Disciplina: Controle para Automação - Período 2005.1
Professor: Geovany Araújo Borges **Nota:**
Prova 2: Modelos temporizados e cadeias de Markov - Data: 19/05/2005

Nome: ____________________ **Matrícula:** ____________

Instruções:

- Tempo máximo de duração: 2 horas.
- Explique o desenvolvimento das questões. Resultados sem explicações e sem desenvolvimentos não serão aceitos;
- Não use aproximações, exceto quando explicitamente indicado;
- Não é permitido o uso de máquina calculadora.

Principais fórmulas:
Fatos da probabilidade:

$$P(\emptyset) = 0 \qquad P(\Omega) = 1 \qquad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$
$$P(A, B) = P(A|B)P(B) \qquad P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \qquad P(A, B|C) = P(A|B, C)P(B|C)$$
$$P(B) = \sum_j P(B|A_j)P(A_j)$$

Questões:

1. Considere o autômato temporizado da Figura 1 com

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a &= \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 1,5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{v}_b &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0,5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{v}_c &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

   O evento a tem prioridade sobre o evento b que por sua vez tem prioridade sobre o evento c. Construa o diagrama de tempo para este autônomo, até que todos os elementos de um dos vetores de duração acima sejam usados. Indique claramente os instante de ocorrência de cada evento, os estados ativos e a seqüência de eventos **(pontos: 3,0)**.

2. Considere o modelo de fila em RdP temporizada da Figura 2, em que os lugares são I (livre), Q (partes na fila de espera) e B (parte sendo processada) e transições a (chegada), s (serviço) e d (partida de parte). Os tempos associados a cada transição são C_a, C_s e C_d tais que $C_a > C_s > C_d$. A transição s é temporizada de forme que leva em consideração que existe algum tempo para uma parte ser retirada da fila e ter iniciado o seu processamento. Considere também

   - a_k: instante da *k-ésima* chegada;
   - s_k: de início do *k-ésimo* início de processamento;
   - d_k: instante da *k-ésima* partida;

   Responda:

   (a) Seria esta RdP um grafo marcado? Justifique sua resposta **(pontos: 0,5);**

   (b) Determine o modelo dinâmico de a_k, s_k e d_k. **(pontos: 2,0);**

   (c) Determine o modelo max-plus correspondente ao item (a) **(pontos: 1,5);.**

3. Considere uma bomba relógio em que sua explosão é determinada por uma determinada seqüência de números obtida por um gerador de números aleatórios usando um modelo de cadeia de Markov. Os números que podem ser gerados são 0, 1 e 2,de acordo com as regras abaixo:

   - Se 0 foi o último número gerado, então o próximo número será 0 novamente com probabilidade 0,6 ou 1 com probabilidade 0,4;
   - Se 1 foi o último número gerado, então o próximo número será 1 novamente com probabilidade 0,2 ou 2 com probabilidade 0,8;
   - Se 2 foi o último número gerado, então o próximo número será 0 com probabilidade 0,5 ou 1 com probabilidade 0,5.

   O primeiro número da seqüência a ser gerado é 0 com probabilidade 0,2, 1 com probabilidade 0,8 e 2 com probabilidade 0. Considerando que a bomba explodirá na primeira vez que a seqüência $\{1, 2, 0\}$ for observada. Responda:

   (a) Obtenha o diagrama de transição de estados para esta cadeia e a matriz de probabilidades associada **(pontos: 1,0)**

   (b) Determine a probabilidade da bomba explodir após a geração dos três primeiros números.**(pontos: 1,0)**

   (c) Suponha que o número 1 tenha sido o primeiro a ser gerado. Qual a probabilidade da bomba explodir após a geração do terceiro número?**(pontos: 1,0)**

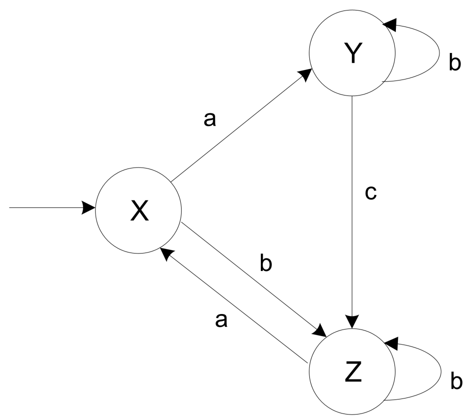

Figura 1: Autômato do quesito 1.

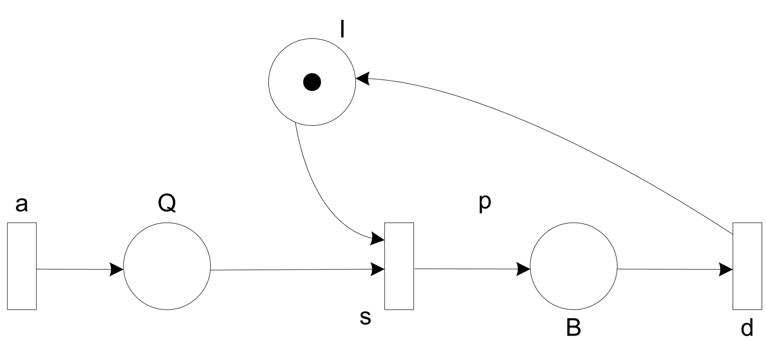

Figura 2: Rede de Petri Temporizada do quesito 2.

BOA PROVA!