167037 Eletromagnetismo 1 – Turma B - 01/2018

Franklin da Costa Silva fcsilva@ene.unb.br

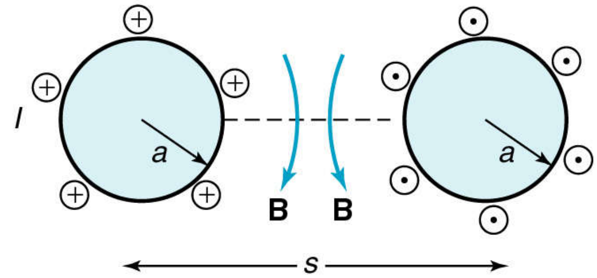
Aula 5

Referência Bibliográfica:
- Clayton R. Paul, Eletromagnetismo para Engenheiros com Aplicações, - LTC, 2006.

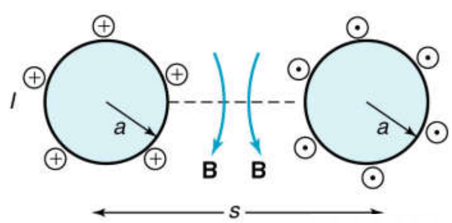
Objetivos Aula 5:

- Exercícios
- Equação da força de Lorentz
- Forças produzidas por cargas e correntes
- Princípios do gerador e motor

Exemplo 3.25 página 1089 – Determine a indutância por unidade de comprimento (parâmetro distribuído) da linha bifilar a seguir:



Por facilidade de cálculo, consideram-se as cargas uniformemente distribuídas na superfície dos fios (aproximação usualmente boa se s/a > 5)

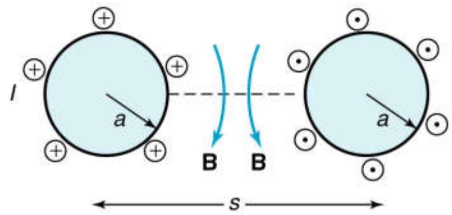


Para uma linha tem-se que : $\mathbf{B} = \frac{\mu I}{2\pi r}\mathbf{a}_\phi$

Sendo a indutância: $L = \frac{\psi}{I}$

Como a linha está na direção z, pode-se determinar o fluxo em uma superfície plana , de z = 0 a z = d e de r = a a r = s-a ≅ s. resultando:

$$\psi = 2\int_{z=0}^{d}\int_{r=a}^{s-a\cong s}\frac{\mu I}{2\pi r}\underbrace{dr dz}_{ds} \qquad \psi = \frac{\mu I d}{\pi}\ln\left(\frac{s}{a}\right)$$



A indutância de um trecho de linha de comprimento d fica:

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\mu d}{\pi}\ln\left(\frac{s}{a}\right) \quad \text{H}$$

E por unidade de comprimento:

$$l = \frac{L}{d} = \frac{\mu}{\pi}\ln\left(\frac{s}{a}\right) \quad \text{H/m}$$

Campos produzidos pelas cargas elétricas conforme sua velocidade

$$v_q = 0: \qquad E \neq 0,\ B = 0$$

$$v_q \neq 0: \qquad E \neq 0,\ B \neq 0$$

$$dv_q/dt \neq 0: \qquad E \neq 0,\ B \neq 0,$$ **campos de radiação**

- No caso do campo elétricos temos que a força sofrida por uma carga Q devido a um campo elétrico **E** é dada por:

$$\overline{F}_E = Q\overline{E}$$

- Note que:
  - A força atua na mesma direção do campo elétrico
    - Caso Q seja positiva, o sentido de $\mathbf{F}_E$ é o mesmo de **E**
    - Caso Q seja negativa, o sentido de $\mathbf{F}_E$ é o contrário de **E**
  - A carga Q pode estar estacionária ou em movimento

Forças devido aos Campos Magnéticos

- Já no caso do campo magnético, a força sofrida por uma carga Q devido a um campo magnético **B** é dada por:

$$\overline{F}_M = Q\overline{u} \times \overline{B}$$

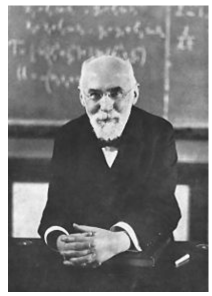
- Aonde **u** é velocidade que a carga está se movendo
  - Note que:
    - A direção da força é perpendicular a densidade de fluxo magnético **B** e a velocidade **u** da carga Q.
    - A força magnética $\mathbf{F}_M$ não causa uma variação na energia cinética da carga Q, pois não realiza trabalho

- No caso da presença do campo elétrico **E** e da densidade de fluxo magnético **B**, temos a expressão da força de Lorentz
  - http://en.wikipedia.org/wiki/Hendrik_Lorentz

- Sumarizando

$$\overline{F} = m\frac{d\overline{u}}{dt} = \overline{F}_E + \overline{F}_M = Q\overline{E} + Q\overline{u}\times\overline{B}$$

Estado da partícula	Campo E	Campo B	Campos E e B combinados
Estática	$Q\mathbf{E}$	—	$Q\mathbf{E}$
Em movimento	$Q\mathbf{E}$	$Q\mathbf{u}\times\mathbf{B}$	$Q(\mathbf{E}+\mathbf{u}\times\mathbf{B})$



Exercício:

Uma carga de 10 [nC] é lançada com uma velocidade de $K\hat{y}$ [m/s] em uma região onde $\overline{E} = 1000\hat{z}$ [V/m] e $\overline{H} = 1000\hat{x}$ [A/m]. Sabendo-se que o meio é o vácuo e que a carga não é desviada de sua direção, determine o valor de K. Força de Lorentz: $\overline{F} = Q(\overline{E} + \overline{v}\,x\overline{B})$ N $[K = \frac{1}{\mu_0}]$

Solução:

$$\overline{F_e} = Q\overline{E} = Q1000\hat{z}$$

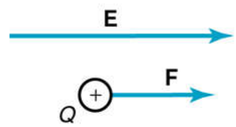
$$\overline{F_m} = Q\overline{v}\,x\overline{B} = -QK1000\mu_0\hat{z}$$

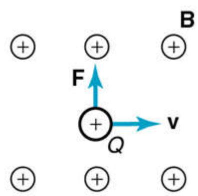
Logo para não ser desviada da direção $K = \frac{1}{\mu_0}$

Forças produzidas por cargas e correntes (página 109)

Força de Lorentz

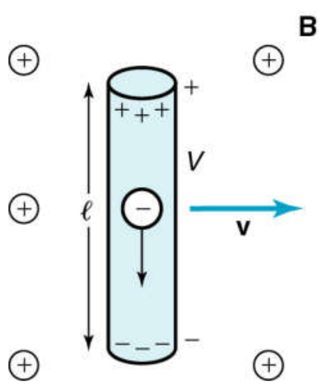
$$\boxed{\mathbb{F} = Q\mathbb{E} + Q\mathbf{v} \times \mathbb{B}}$$





Força em uma carga pontual devido a uma campo elétrico e força devido a uma campo magnético.

Seja agora um fio movendo com velocidade **v** “cortando” as linhas de campo magnético:

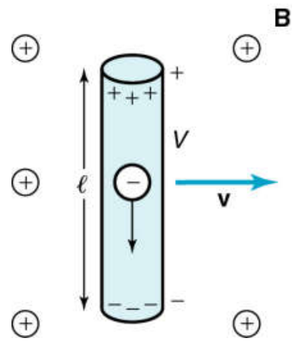


As cargas movem até que se alcança uma situação de equilíbrio entre as forças

$$Q\mathbb{E} = -Q\mathbf{v} \times \mathbb{B}$$

$$\mathbb{E}' = -\frac{\mathbb{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbb{B}}{Q} = -\mathbf{v} \times \mathbb{B}$$

$$\mathbb{E}' = \frac{\mathbb{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbb{B}}{Q} = -\mathbf{v} \times \mathbb{B}$$

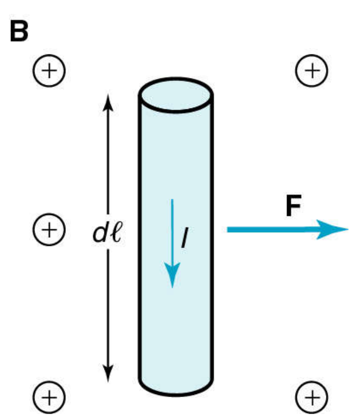


$$V = -\int \bar{E} \bullet d\bar{l}$$

$$V = \int_{\text{abaixo}}^{\text{topo}} (\mathbf{v} \times \mathbb{B}) \cdot d\mathbf{l} = vBl \quad \text{V}$$

Tensão induzida entre as duas extremidades do fio (equação do gerador).

Tem-se agora um fio conduzindo uma corrente I em um campo magnético . As cargas constituindo a corrente estarão sujeitas a uma força dada por:



$$d\mathbf{F} = dQ\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Sendo:

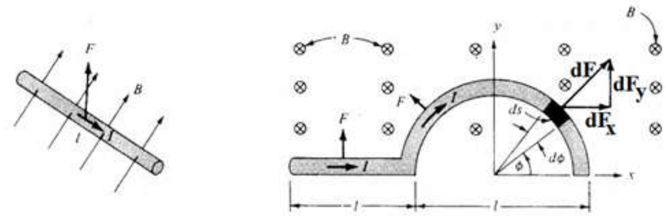
$$I d\mathbf{l} = (dQ/dt) d\mathbf{l} = dQ(d\mathbf{l}/dt) = dQ\mathbf{v}.$$

$$I d\boldsymbol{l} = \left(\frac{dQ}{dt}\right) d\boldsymbol{l} = dQ\left(\frac{d\boldsymbol{l}}{dt}\right) = dQ\boldsymbol{v}$$

$d\mathbf{F} = dQ\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ fica: $d\boldsymbol{F} = Id\boldsymbol{l}\mathbf{x}\boldsymbol{B}$

(equação do motor).

Exercício: Determine a força em um fio com a forma inicialmente reta e depois em semicírculo como indicado na figura



Pra o trecho reto Fy=IB*l* ao passo que para o semicírculo a força dF no elemento de corrente Ids fica dF=IBds=IB(*l*/2)dΦ. Note pela simetria que as componentes da força na direção x se cancelam resultando:

$$F = F_y = IBl + \int_0^{\pi} \operatorname{sen} \phi \, dF$$

$$= IBl + IBl$$

Bibliografia: Matin A. Plonus, Appplied Electromagnetics, 1978McGraw-Hill