

# 107484 – Controle de Processos

## Aula: Controle de Processos Multivariáveis (controle descentralizado)

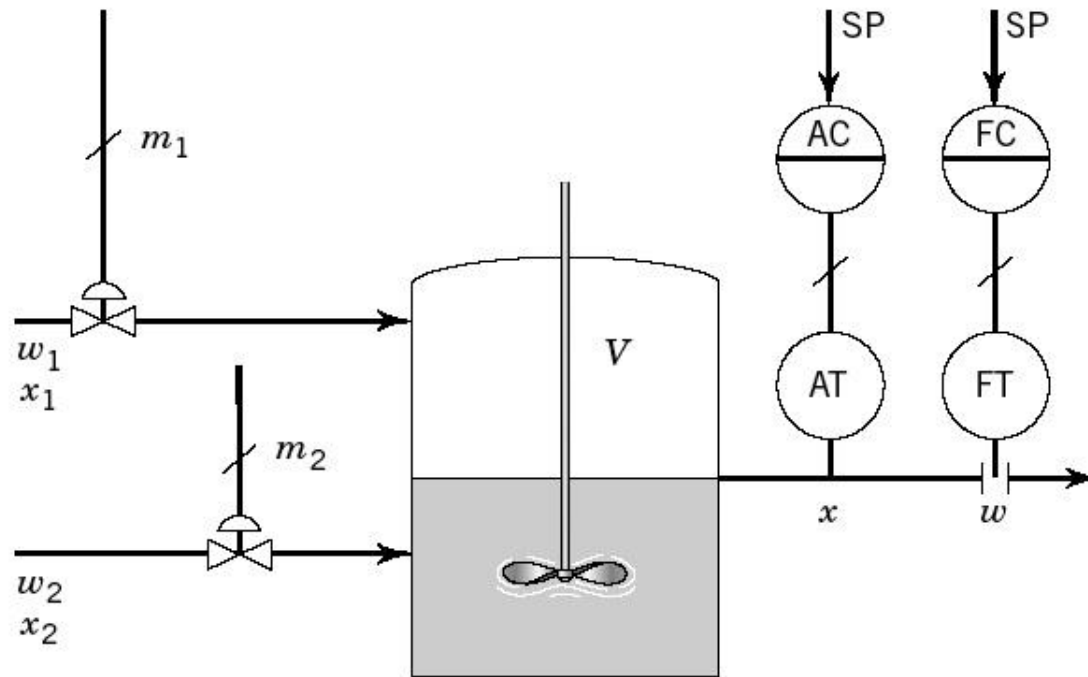
Prof. Eduardo Stockler

Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade de Brasília

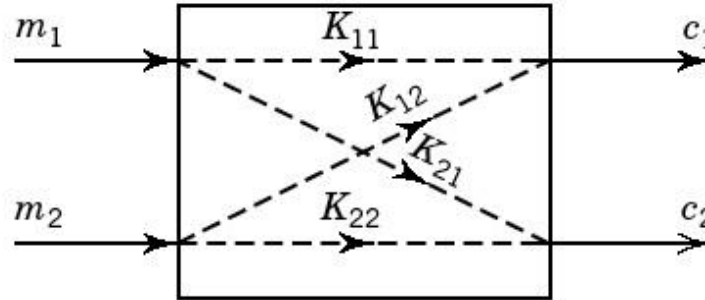


1º Semestre 2015

# Processos MIMO



# Emparelhamento de MV's e CV's

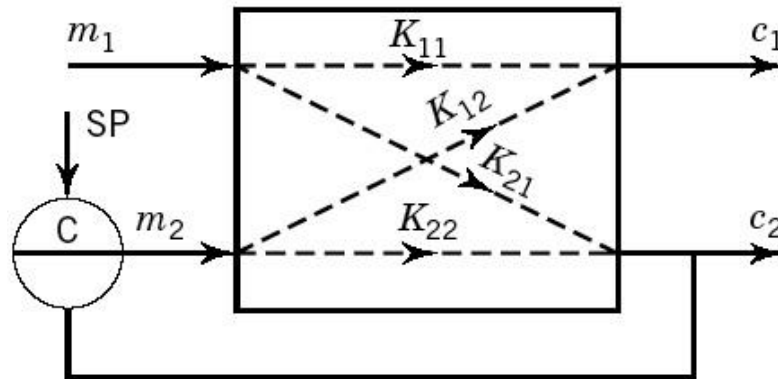


Ganho de malha aberta:

$$K_{11} = \left. \frac{\Delta c_1}{\Delta m_1} \right|_{m_2} \quad K_{12} = \left. \frac{\Delta c_1}{\Delta m_2} \right|_{m_1}$$

$$K_{21} = \left. \frac{\Delta c_2}{\Delta m_1} \right|_{m_2} \quad K_{22} = \left. \frac{\Delta c_2}{\Delta m_2} \right|_{m_1}$$

# Emparelhamento de MV's e CV's

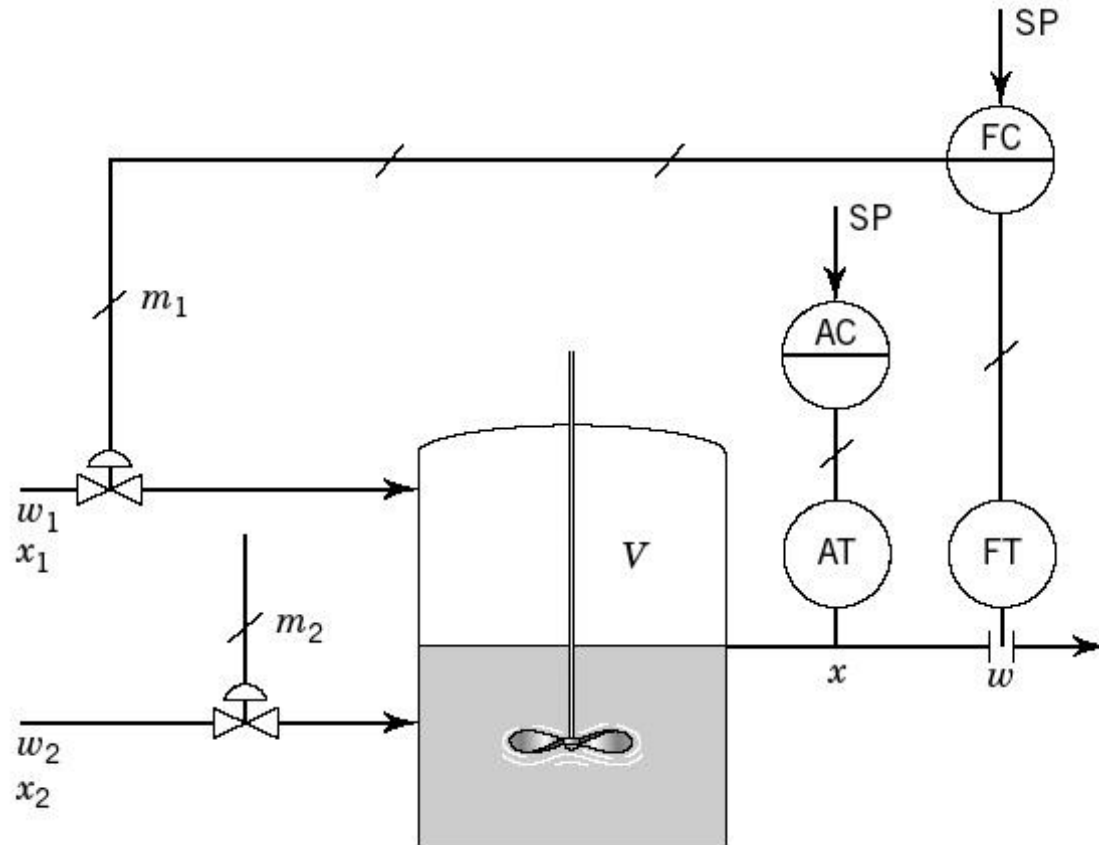


Ganho de malha fechada:

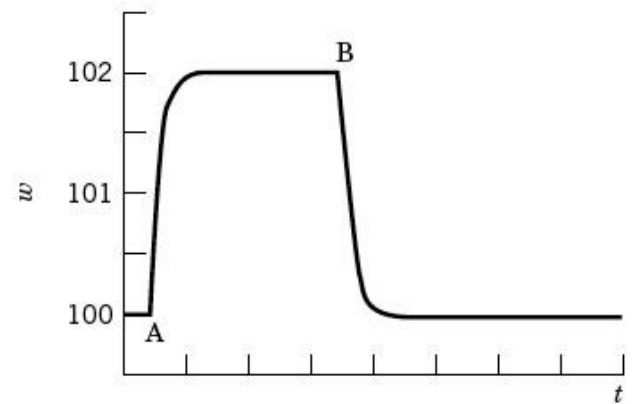
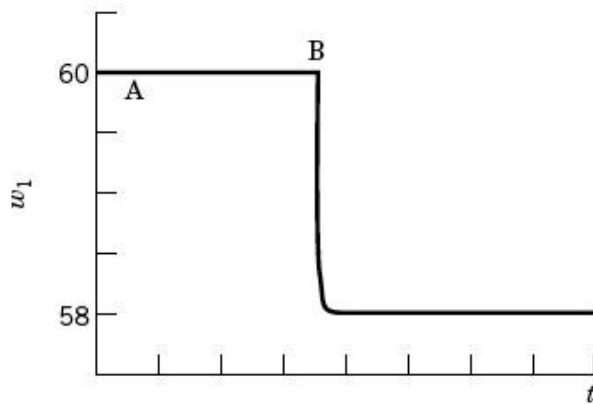
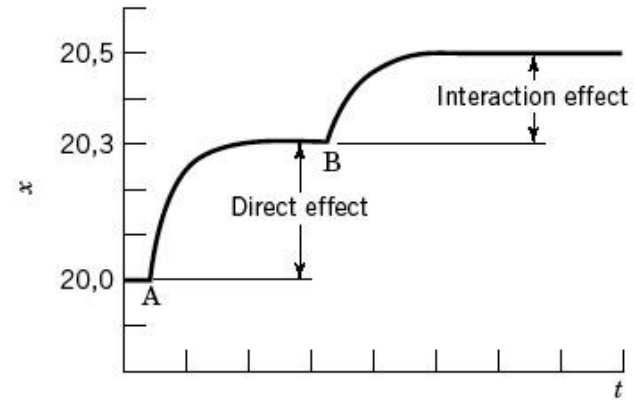
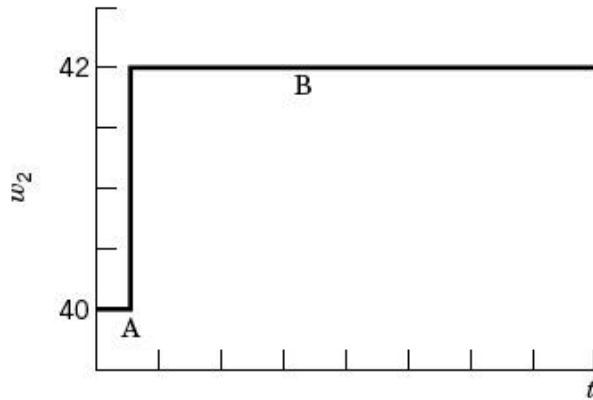
$$K'_{11} = \frac{\Delta c_1}{\Delta m_1} \Big|_{c_2} \quad K'_{12} = \frac{\Delta c_1}{\Delta m_2} \Big|_{c_2}$$

$$K'_{21} = \frac{\Delta c_2}{\Delta m_1} \Big|_{c_1} \quad K'_{22} = \frac{\Delta c_2}{\Delta m_2} \Big|_{c_1}$$

# Ganho de malha fechada



# Interações positivas e negativas



# Emparelhamento de MV's e CV's

Ganho relativo:

$$\mu_{ij} = \frac{K_{ij}}{K'_{ij}}$$

$$\mu_{11} = \frac{K_{11}}{K'_{11}} \quad \mu_{12} = \frac{K_{12}}{K'_{12}}$$

$$\mu_{21} = \frac{K_{21}}{K'_{21}} \quad \mu_{22} = \frac{K_{22}}{K'_{22}}$$

$$\mu_{ij} = \frac{\left. \frac{\Delta c_i}{\Delta m_j} \right|_{\substack{m_k \\ k \neq j}}}{\left. \frac{\Delta c_i}{\Delta m_j} \right|_{\substack{c_k \\ k \neq i}}} = \frac{K_{ij}}{K'_{ij}}$$

- Interações positivas:  $0 < \mu_{ij} < 1$
- Interações negativas:  $\mu_{ij} > 1$   
ou  $\mu_{ij} < 0$  (instabilidade devido a mudança da ação de controle MA/MF)

# Exemplo: Sistemas 2 x 2

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{RGA}(G(s)) = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)}}$$



# Emparelhamento de MV's e CV's

- Regra de emparelhamento:

*“Para minimizar o efeito da interação em um sistema de controle multivariável o emparelhamento da variável controlada e manipulada deve ser tal que o ganho relativo de cada par seja próxima da unidade.”*

- Considerado efeito de estado estacionário
- Emparelhamentos com ganhos relativos negativos devem ser evitados

# Emparelhamento de Sistemas $n \times n$

Ganhos relativos em estado estacionário ( $s = 0$ ):

$$\mu_{ij} = B_{ji}K_{ij} \quad K = G(0) \quad B = K^{-1}$$

Matriz de ganhos relativos (RGA) em uma frequência particular  $\omega^*$  ( $s^* = j\omega^*$ ):

$$\Lambda(G) = G(s^*) \circ (G(s^*)^{-1})^T$$

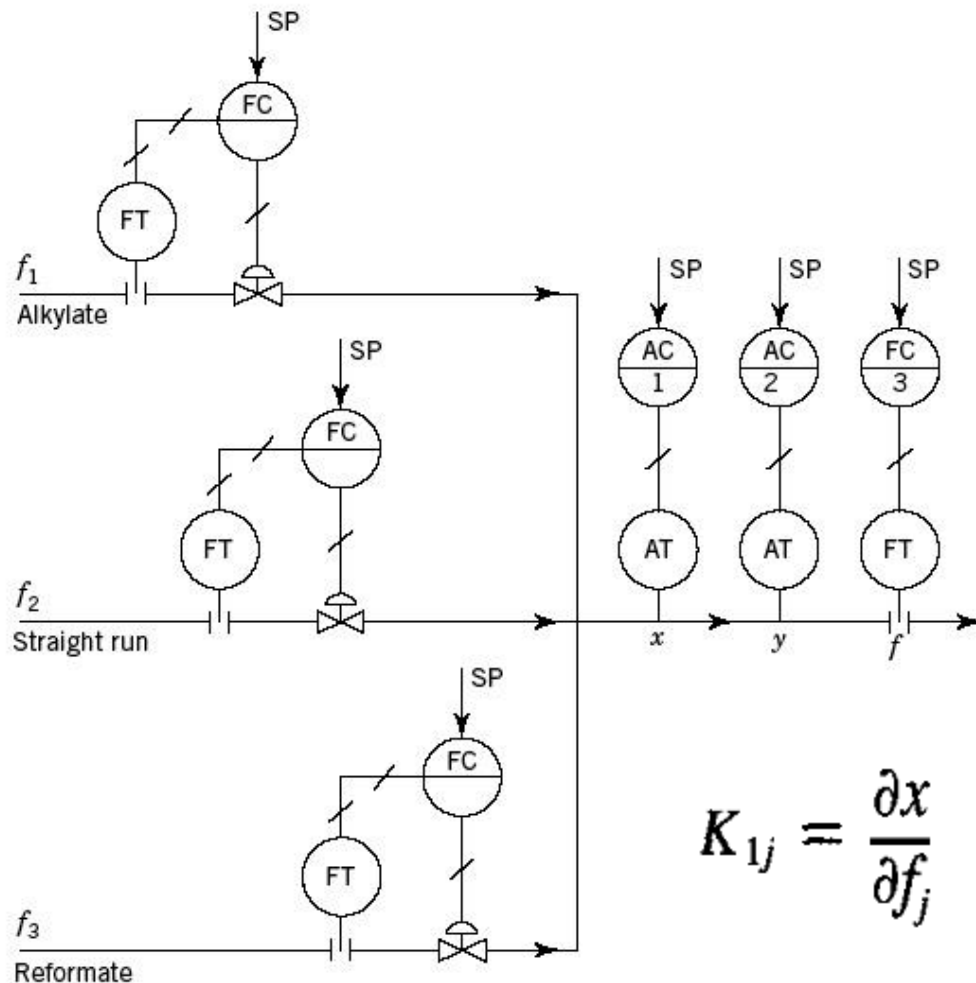
Obs.:  $A \circ B$  indica multiplicação elemento a elemento (Matlab:  $A.*B$ ).

Para sistemas retangulares  $n \times m$  ( $m$  entradas  $\geq n$  saídas):

$$\Lambda(G) = G \circ (G^\dagger)^T, \quad G^\dagger = G^H (G G^H)^{-1}$$

Escolher os  $n$  maiores valores de  $\Lambda_\Sigma^T$  (vetor coluna cujos elementos são a soma das colunas de  $\Lambda^T$ ) e excluir as linhas não selecionadas de  $\Lambda^T$ . Refazer o cálculo da nova matriz  $\tilde{G}$ ,  $\Lambda(\tilde{G}) = \tilde{G} \circ (\tilde{G}^{-1})^T$ . A comparação de  $\underline{\sigma}(\tilde{G})$  com  $\underline{\sigma}(G)$  mostra quanto de ganho “se perdeu” na direção de baixo ganho com a exclusão de  $n - m$  entradas. Pode-se usar o mesmo procedimento para selecionar quais saídas controlar (CV's).

# Processo de mistura (estado estacionário)



$$x = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$y = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2 + f_3 y_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$f = f_1 + f_2 + f_3$$

$$K_{1j} = \frac{\partial x}{\partial f_j} \quad K_{2j} = \frac{\partial y}{\partial f_j} \quad K_{3j} = \frac{\partial f}{\partial f_j} = 1$$

# Processo de mistura (estado estacionário)

Tabela de ganhos relativos.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$x$	1.250	0.219	-0.469
$y$	-0.375	0.312	1.063
$f$	0.125	0.469	0.406

Tabela de ganhos relativos: emparelhamento selecionados.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$x$	1.250	0.219	-0.469
$y$	-0.375	0.312	1.063
$f$	0.125	0.469	0.406

# Bibliografia

- C. A. Smith e A. Corripio, *Princípios e Prática do Controle Automático de Processo*, 3ª. Edição, Ed. LTC, 2012.
- G. Stephanopoulos, *Chemical Process Control - An Introduction to Theory and Practice*, Ed. Prentice-Hall, 1984.
- K. J. Astrom e T. Hagglund, *PID Controllers*, 2ª. ed., 1988.
- S. Skogestad e I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control – Analysis and Design*, Wiley, 1996.