

107484 – Controle de Processos

Aula: Exemplo de Projeto PID via Lugar das Raízes

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Brasília – UnB



1º Semestre 2020

Projeto de controladores PID

Possibilidades

- Tentativa e erro (ajuste manual)
- Métodos de sintonia (Ziegler-Nichols, CHR, Cohen e Coon, ...)
- **Lugar das raízes**
- Outros (alocação de pólos, domínio da frequência, espaço de estados, IMC)

Especificações

- **Especificações no tempo:** erro de regime, M_p , t_r , t_s , razão de declínio
- IAE, ISE, ITAE

Tipo de controlador e planta

- Controlador P, **PI**, PD e PID
- Plantas de 1a, 2a e ordens superiores
- Plantas com ou sem atraso (tempo morto)

Projeto de Controladores PID

- 1 Características da planta
- 2 Especificações de desempenho
- 3 Estrutura do controlador (P, PI, PID)
- 4 Técnica de projeto

Exemplo de Projeto

- Sistema de 2a ordem
- Especificações no domínio do tempo (resposta transitória)
- Projeto via lugar das raízes

Exemplo de Projeto via Lugar das Raízes

Sistema de 2a ordem

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+8)} \quad (1)$$

Especificações:

- E1 Erro em regime (e_{ss}) nulo (degrau)
- E2 Erro em regime (e_{ss}) $< 25\%$ (rampa)
- E3 Sobre-sinal $M_p < 5\%$ (degrau)
- E4 Tempo acomodação $t_s < 1.5$ seg. (critério 2%) (degrau)

Controlador

- E1 Controlador PI (tipo 0 \rightsquigarrow tipo 1)

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_c \frac{1 + T_i s}{T_i s} \quad (2)$$

- E2 Sistemas tipo 1: $e_{ss} = 1/K_v$, $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) > 1/0.25 \Rightarrow \frac{K_c}{T_i} > 64$

Exemplo de Projeto

Sistema de 2a ordem padrão

$$G(s) = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\tau\xi s + 1} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

em que $\tau = 1/\omega_n$

- Pólos

$$p_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\tau} = -\underbrace{\xi\omega_n}_{\sigma} \pm j\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}_{\omega_d} = -\sigma \pm j\omega_d$$

Controlador

E3 $M_p < 0.05$

$$M_p = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi} < 0.05 \Rightarrow \xi > 0.69 \quad (3)$$

E4 $t_s < 1.5$ seg.

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4\tau}{\xi} = \frac{4}{\xi\omega_n} < 1.5 \Rightarrow \xi\omega_n > 2.66 \quad (4)$$

Exemplo de Projeto

Estabilidade

Sistema em malha fechada

$$G_{MF}(s) = \frac{K_c(1/T_i + s)}{s^3 + 10s^2 + (16 + K_c)s + K_c/T_i} \quad (5)$$

Critério de Routh

s^3	1	$16 + K_c$	$c_3 = \frac{10(16 + K_c) - K_c/T_i}{10} > 0$ $\frac{K_c}{T_i} < 160 + 10K_c, \quad \frac{K_c}{T_i} > 0 \quad (6)$
s^2	10	K_c/T_i	
s^0	c_3		
s^0	K_c/T_i		

Exemplo de Projeto

Sistema em malha aberta

$$G_{MA}(s) = K_c \frac{1/T_i + s}{s} \frac{1}{(s+2)(s+8)} \quad (7)$$

- Escolha do zero do controlador \rightsquigarrow sist. 2a ordem subamortecido aproximado?
- Assíntotas (lugar das raízes):

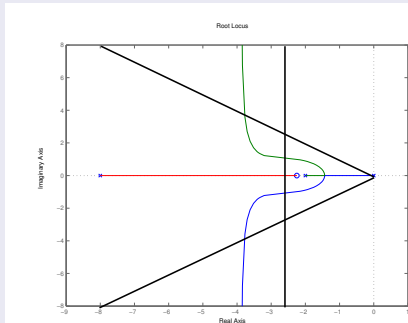
$$\phi = \pm 90^\circ \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m} < -2.66 \quad (\text{E4}) \quad (9)$$

$$z_c \geq -4.68 \quad (10)$$

- Supondo $-8 \leq z_c \leq -2 \Rightarrow$ pólos dominantes complexos conjugados

$$\Rightarrow -4.68 \leq z_c \leq -2$$



Exemplo de Projeto

Sistema em malha aberta

Escolhendo $T_i = 1/2$ ($z_c = -2$),

$$G_{MA}(s) = \frac{K_c}{s(s+8)}, \quad G_{MF}(s) = \frac{K_c}{s^2 + 8s + K_c} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (11)$$

$$2\xi\omega_n = 8 \Rightarrow \xi\omega_n = 4 \quad (\text{E4 ok}) \quad (12)$$

$$\omega_n = \sqrt{K_c}, \quad 1 > \xi = \frac{4}{\sqrt{K_c}} > 0.69 \Rightarrow 16 \leq K_c \leq 33.6 \quad (\text{E3}) \quad (13)$$

Controlador

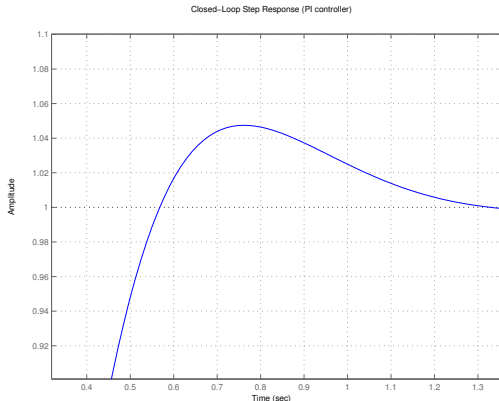
Para $T_i = 1/2$, (E2) $\rightsquigarrow K_c > 32$, portanto escolheu-se

$$K_c = 33 \quad (\text{E2, E3 ok}) \quad (14)$$

Exemplo de Projeto

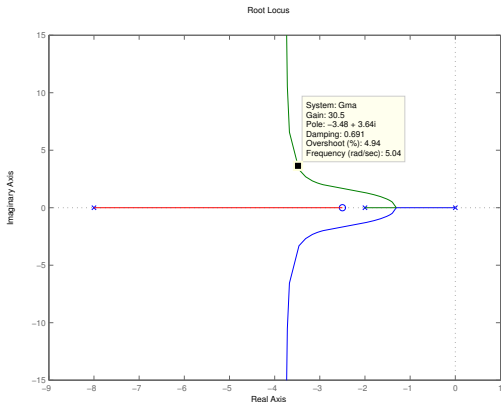
Código Matlab:

```
% Planta  
Kp=1;  
p1=8; p2=2;  
G=tf(Kp,[1 p1+p2 p1*p2]);  
% Controlador PI  
Kc = 33; Ti= 1/2;  
PI=tf([Kc*Ti Kc],[Ti 0]);  
% Sistema em MA e MF  
Gma = series(PI,G);  
rlocus(Gma);  
Gmf = feedback(Gma,1);  
step(Gmf);
```



Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada.

Exemplo de Projeto

Escolha diferente do zero do controlador: $Ti = 0.4$ ($z_c = -2.5$)

Lugar das raízes.

↪ Sistema de 3a. ordem e portanto as especificações de 2a. ordem podem não ser alcançadas.