

# 107484 – Controle de Processos

Aula: Ações de Controle

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade de Brasília – UnB

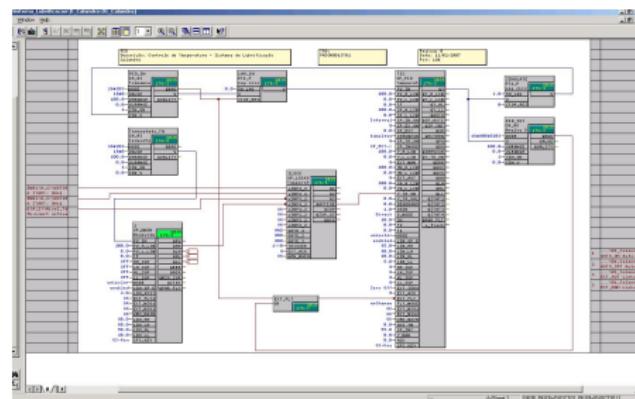


1º Semestre 2020

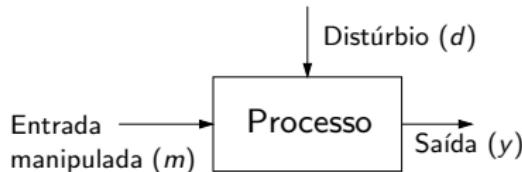
# Motivação

## Uso na indústria de controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

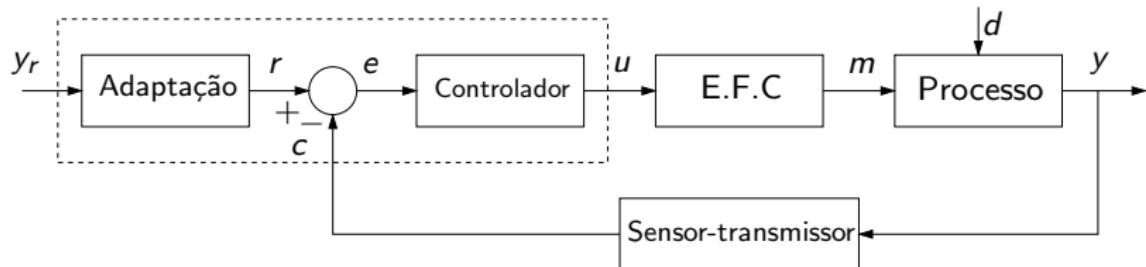
- Largo uso industrial (90% [Yamamoto & Hasimoto, 1991]).
- Ações de controle e sintonia de fácil entendimento.
- Bom compromisso simplicidade-desempenho.
- Malhas mal ajustadas (80% [Bialkowski, 1991])  $\leadsto$  oportunidades.



## Esquemático do sistema em malha fechada



Esquemático do sistema em malha aberta.



Esquemático do sistema em malha fechada.

- $y, y_r, m, d$ : unidade de engenharia (UE)
- $c, r$ :  $0 \sim 100\%$  da UE de  $y$  (calibração do transmissor)

- $u$ :  $0 \sim 100\%$  da UE de  $m$  (calibração do atuador)
- $e$ :  $-100 \sim 100\%$

# Ação proporcional

## Controlador Proporcional

$$u(t) = \bar{u} + K_c e(t) \quad (1)$$

- Erro de regime estacionário (sistemas sem pólos na origem:  $e(t) = 0$  somente se  $K_c \rightsquigarrow \infty$  para entrada degrau)
  - $K_c \rightarrow \infty \rightsquigarrow$  controle liga-desliga (possível instabilidade)
  - Banda proporcional:  $BP = 100/K_c \rightsquigarrow$  faixa de erro tal que ação de controle está no intervalo  $[0, 100]\%$
- 
- Em termos da variável de desvio:

$$\tilde{u}(t) \triangleq u(t) - \bar{u}$$

$$\tilde{u}(t) = K_c e(t)$$

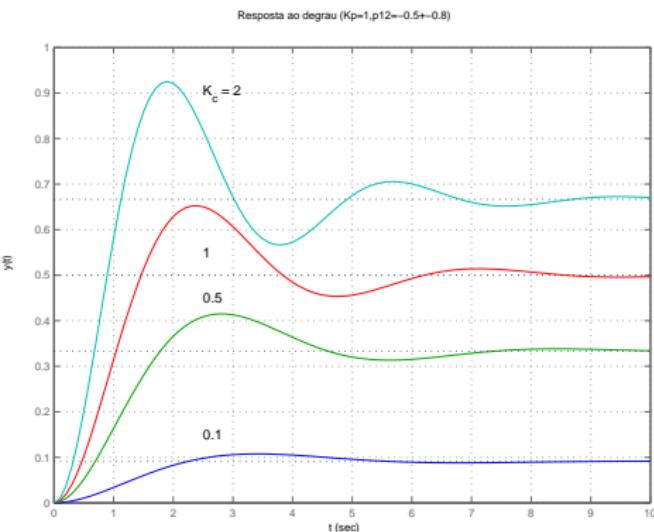
$$G_c(s) = \frac{\tilde{U}(s)}{E(s)} = K_c$$

# Ação proporcional

Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador P e sistema de 2a ordem

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (2)$$

- Aplicação típica: ↗ controle de nível



# Ação integral

## Controlador Proporcional-Integral (PI)

$$u(t) = \bar{u} + K_c e(t) + K_c \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3)$$

$T_i$ : constante de tempo integral ou tempo de reset [seg., min.]

Características:

- Erro de regime permanente nulo para entradas do tipo degrau
- Se a saída  $u(t)$  saturar e  $e(t) \neq 0 \rightsquigarrow$  crescimento do termo integral (*integral windup*)
- Função de transferência:

$$G_c(s) = \tilde{U}(s)/E(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- Observe que para erro constante:  $e(t) = e$

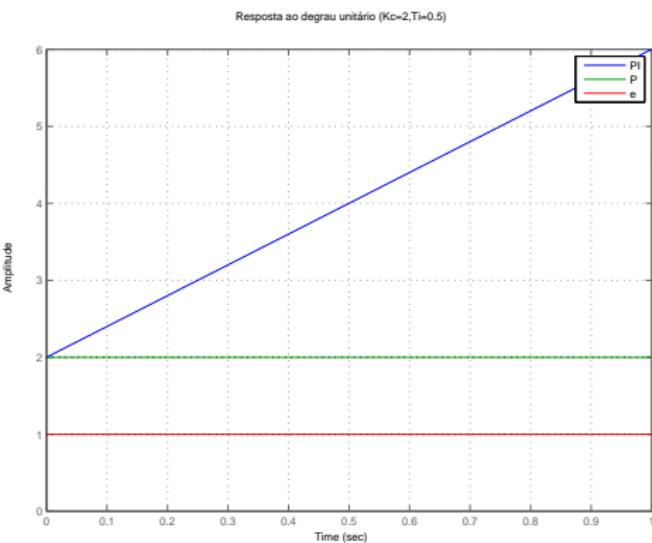
$$\tilde{u}(T_i) = K_c e + K_c e = 2K_c e$$

$\rightsquigarrow$  O ganho integral repete a ação proporcional a cada  $T_i$ s.

## Ação integral

Resposta  $u(t)$  ao degrau unitário de  $e(t)$ : controlador P e PI com  $K_c = 2$  e  $T_i = 0.5$ .

- Aplicação típica:  
~~~ controle de vazão, nível e pressão



# Ação derivativa

## Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

$$u(t) = \bar{u} + K_c e(t) + K_c T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4)$$

$T_d$ : constante de tempo derivativa [seg., min.]

- Ação antecipatória (antecipa a ação proporcional em  $T_d$  s.)
- Função de transferência ( $\tilde{u}(t) \triangleq u(t) - \bar{u}$ ):

$$G_c(s) = \frac{\tilde{U}(s)}{E(s)} = K_c (1 + T_d s)$$

● Sensível a ruídos de alta frequência. Opção com filtro na ação derivativa:

$$\frac{\tilde{U}(s)}{E(s)} = K_c \left( 1 + \frac{T_d s}{\alpha T_d s + 1} \right) = K_c \left( \frac{(\alpha + 1)T_d s + 1}{\alpha T_d s + 1} \right), \quad 1/(\alpha T_d) \gg 0 \quad (5)$$

~~ controlador avanço-atraso cujo termo avanço é a parte derivativa

- Filtro de 1<sup>a</sup> ordem com ganho unitário e  $\tau = \alpha T_d$
- $\alpha T_d$  pequeno,  $\alpha \in [0,05, 0,2]$
- Filtro não afeta o desempenho

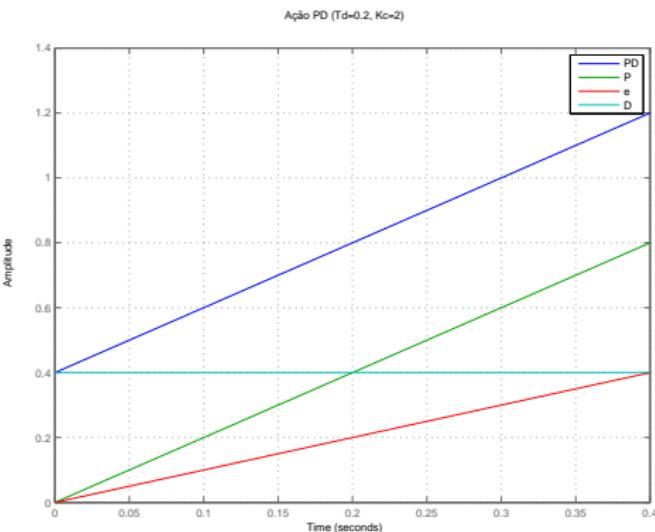
# Ação derivativa

Resposta  $u(t)$  a rampa unitária de  $e(t)$ : controlador P e PD e D com  $K_c = 2$  e  $T_d = 0.2$ .

- Aplicação típica:

PD  $\rightsquigarrow$  sistemas com inércia

PID  $\rightsquigarrow$  controle de temperatura



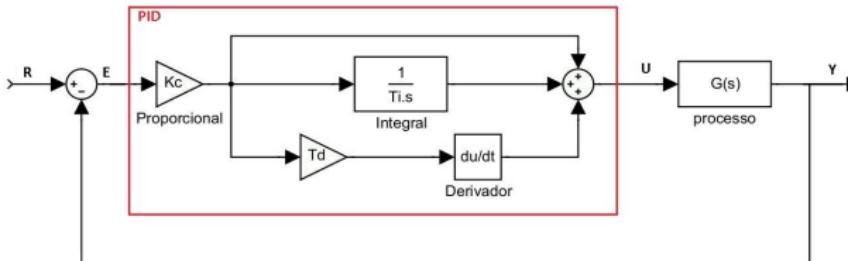
## Controlador PID

## Ações de controle

- Ação proporcional  $\rightsquigarrow \tilde{u}(t) = K_c e(t), \quad \tilde{u}(t) \triangleq u(t) - \bar{u}$
- Ação integral  $\rightsquigarrow \tilde{u}(t) = K_c \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$
- Ação derivativa  $\rightsquigarrow \tilde{u}(t) = K_c T_d \frac{de(t)}{dt}$

Forma padrão do controlador PID:

$$u(t) = \bar{u} + K_c \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \Rightarrow \frac{\tilde{U}(s)}{E(s)} = K_c \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (6)$$



# Funções e Transferência – Controladores PID

## Controlador PI

$$G(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) = K_c \left( \frac{1+sT_i}{sT_i} \right)$$

~~> 1 polo na origem e 1 zero em  $-\frac{1}{T_i}$

## Controlador PID

$$G(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = K_c \left( \frac{1+T_is+T_iT.ds^2}{sT_i} \right)$$

~~> 1 polo na origem e 2 zeros no semiplano esquerdo do plano-s, ou seja, com parte real negativa

# Algoritmos PID

## Paralela clássica (ideal, ISA, padrão)

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (7)$$

## Série (interativa,real)

$$G_c(s) = K'_c \left( 1 + \frac{1}{sT'_i} \right) (1 + T'_d s) \quad (8)$$

ou

$$G_c(s) = K'_c \left( 1 + \frac{1}{sT'_i} \right) \left( \frac{1 + sT'_d}{1 + \alpha sT'_d} \right) \quad (9)$$

- Implementável fisicamente (controladores analógicos ou pneumáticos)
- Todos os parâmetros interagem; zeros reais; valores típicos  $\alpha \in [0.05 \text{---} 0.2]$

## Expandida (paralela alternativa, não interativa)

$$G_c(s) = K''_c + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (10)$$

- Maior flexibilidade; pouca interpretação física dos parâmetros

# Efeito das ações de controle

| Ação                | Tempo de resposta ( $t_r$ ) | Sobressinal ( $M$ ) | Tempo de acomodação ( $t_s$ ) | Erro regime permanente ( $e(\infty)$ ) |
|---------------------|-----------------------------|---------------------|-------------------------------|----------------------------------------|
| <b>Proporcional</b> | diminui                     | aumenta             | peq. variação                 | diminui                                |
| <b>Integral</b>     | diminui                     | aumenta             | aumenta                       | elimina                                |
| <b>Derivativo</b>   | peq. variação               | diminui             | diminui                       | não muda                               |