

# Controle de robô humanóide para interação com seres humanos

Felipe Moreira Ramos, Antônio Padilha Lanari Bó

**Resumo**—O sonho de um mundo onde robôs auxiliam e colaboram com os seres humanos já habita há muito tempo o imaginário da nossa sociedade. Em livros e filmes, a relação entre pessoas e seres artificiais já assumiu dimensões trágicas, quando por exemplo as máquinas se rebelam contra a humanidade. Em outras obras, porém, robôs com elevadas inteligência e destreza gentilmente ajudam pessoas em múltiplas tarefas. Atualmente na indústria, robôs são empregados nas áreas de manipulação e transporte, envolvendo braços manipuladores e veículos automáticos de transporte. Buscando dar um passo adiante, este projeto visa desenvolver técnicas usando osciladores acoplados que permitam robôs se locomoverem em ambientes criados para seres humanos enquanto interage com eles.

**Index Terms**—locomção bípede, osciladores acoplados, robôs humanóides

## I. INTRODUÇÃO

A característica que mais distingue o robô humanóide de outros humanos é sua similaridade com humanos. Dotado de duas patas e a capacidade de manipular objetos, tal robô pode em geral interagir facilmente com um ambiente projetado para seres humanos, como uma fábrica ou uma casa. Outros robôs muitas vezes requerem um ambiente estruturado especialmente para sua operação.

São muitos os desafios científicos e tecnológicos para construir uma máquina com esse nível de complexidade [1]. Parte das pesquisas relacionadas envolve, por exemplo, estudos na melhoria da estrutura, nas tecnologias de percepção, nos atuadores, bem como aumentar a autonomia energética dos robôs. Porém, o principal desafio relativo ao desenvolvimento de robôs humanóides mais avançados reside no software de controle do robô e na inteligência embarcada no sistema. De fato, controlar robôs humanóides é uma tarefa difícil. Performar ações simples, como se locomover, requer um controle correto das trajetórias de cada junta correspondente enquanto mantém um equilíbrio adequado minimizando pequenas perturbações relacionadas ao planejamento de trajetória. Por essa razão, uma alternativa popular para controlar robôs humanóides é usar uma abordagem bioinspirada.

Todavia, locomoção bípede inspirada em humanos também é uma tarefa complexa e dinâmica. Para superar esse problema, estudos na literatura são baseados, por exemplo, na linearização da dinâmica do pêndulo invertido [2]. Embora o método apresente uma estrutura adequada para controle de marcha, ele possui algumas desvantagens que impedem

uma maior utilização. Isto é principalmente devido a algumas considerações feitas nos cálculos, como a altura do centro de massa (CoM do inglês) ser constante e o suporte do pé permanecer constante quando em contato com o chão.

Outra alternativa para controle de marcha é apresentado em [3] and [4]. Nesses trabalhos, a estabilização do movimento é obtida utilizando osciladores acoplados com padrões senoidais, permitindo uma rápida sincronização da dinâmica do robô com o controlador. Cada junta do robô é controlada por um oscilador particular sincronizado com as outras juntas e a dinâmica do movimento. É possível sincronizar o movimentos das juntas com a dinâmica do robô usando detector de fase dinâmico.

Uma abordagem parecida é aplicada em [5], onde osciladores neurais são modelados utilizando equações diferenciais ordinárias não lineares (ODEs do inglês). A grande desvantagem deste método é a necessidade de encontrar os parâmetros para os osciladores que geram uma marcha estável. Para encontrar esses parâmetros, foram usados otimização por enxame de partículas (PSO do inglês) e algoritmo genético (GA do inglês). Em ambos os casos, *fitness functions* foram usadas para produzir uma marcha estável e eficiente.

Nos trabalhos mencionados, o uso de osciladores é focado em gerar um movimento robusto e estável que permita o robô se adaptar a diferentes ambientes e a pequenas perturbações da mesma maneira que humanos fazem. Entretanto, nesses trabalhos o movimento gerado é apenas para mover para frente e os parâmetros usados são selecionados especificamente para esse padrão de marcha.

Tendo em vista esse cenário, neste trabalho o uso de osciladores acoplados com padrões senoidais foi explorado para desenvolver diferentes tipos de movimentos, como mover para o lado e rotacionar. Ele assume que cada movimento pode ser dividido em movimentos mais primitivos e alguns desses movimentos básicos são compartilhados por diferentes tipos de locomoção. Além disso, o uso de osciladores para controlar esses movimentos primitivos permite uma transição suave de um tipo de locomoção para o outro, o que é uma grande vantagem do método proposto. Para encontrar os parâmetros dos movimentos primitivos, o GA proposto em [5] foi adaptado para considerar os mesmos parâmetros das primitivas para diferentes tipos de locomoções, enquanto mantém uma estabilidade aceitável.

Este trabalho é organizado como segue. Na seção 2 um modelo básico de um pêndulo invertido e o correspondente centro de pressão (CoP do inglês) são apresentados. A seção 3 descreve o que é um oscilador e como ele é usado junto com o CoP para controlar a locomoção de um robô humanóide. Na

seção 4 o modelo e as equações usadas para diferentes tipos de locomoções são apresentados. Finalmente, a seção 5 mostra a avaliação do método proposto, que foi validada em simulações com o robô NAO (Aldebaran). A seção 6 conclui o trabalho e discute trabalhos futuros.

## II. MODELO DE UM ROBÔ BÍPEDE

### A. Pêndulo invertido

Como descrito em [2], o movimento do CoM pode ser usado para representar a dinâmica do robô e permite criar um controlador de marcha. Como discutido no trabalho, pode ser feito um controle constante baseado em um pêndulo invertido tridimensional. Esse pêndulo se move da mesma forma que o CoM ao longo do plano horizontal com o vetor normal  $(0, 0, -1)$ . Sua dinâmica pode ser representada por:

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_m}x + \frac{1}{mz_m}\tau_x, \quad (1)$$

$$\ddot{y} = \frac{g}{z_m}y + \frac{1}{mz_m}\tau_y, \quad (2)$$

onde  $m$  é a massa  $g$  a aceleração da gravidade,  $\tau_x, \tau_y$  os torques nos eixos  $x$  e  $y$  e  $z_m$  a altura do CoM.

Nesse modelo, a altura do CoM não muda, enquanto ele varia na marcha humana [6]. Na prática o CoM é difícil de calcular, já que ele depende da estrutura do robô, que muda de uma plataforma para outra. Para superar esse problema, é utilizado outro ponto que possui o mesmo comportamento oscilatório, o CoP.

### B. Centro de Pressão

A área do pé que está em contato com o chão é conhecida como polígono de suporte [1]. Quando há apenas um pé em contato com o chão, o polígono de suporte está entre os pontos de contato do pé. Quando ambos os pés estão no chão, o polígono se estende dos pontos de contato de um pé até o outro. A marcha é considerada estável quando o ponto de momento zero (ZMP do inglês) está dentro do polígono de suporte. ZMP é um ponto onde o momento da rotação horizontal das forças da gravidade e da dinâmica é nulo [1]. Considerando condições estáveis, o ZMP pode ser medido como o CoP, que é a resultante das forças reativas no pé.

A força reativa do chão no polígono de suporte pode ser medida com sensores de pressão acoplados aos pés do robô. No caso do robô simulado usado neste trabalho, há 4 sensores em cada pé. A soma da pressão em cada sensor, pesadas pela distância a um ponto de referência gera o CoP. No escopo deste trabalho, o importante é estimar a posição do CoP entre os pés. A equação a seguir é então utilizada:

$$CoP = \frac{F_l - F_r}{F_r + F_l}, \quad (3)$$

onde  $F_r$  e  $F_l$  são as somas correspondentes das pressões no pé direito e no pé esquerdo. Quando apenas o pé direito está no chão, o valor do CoP é  $-1$ . Quando é apenas o pé esquerdo o valor é  $1$ . Quando ambos os pés estão em contato com o chão

são encontrados valores intermediários. O valor  $-2$  foi usado para diferenciar quando o CoP é  $0$  e quando o robô não está com nenhum pé no chão. Isso permite que o *software* realize as devidas ações quando o robô não está no chão.

## III. OSCILADORES ACOPLADOS

Um oscilador é um sistema que opera de acordo com os princípios da oscilação [7]. Oscilação é a variação repetitiva, geralmente no tempo, de alguma medida em torno de um valor central ou entre dois ou mais diferentes estados.

Os osciladores baseados em fase são osciladores que resultam em uma fase de oscilação. A vantagem dos osciladores de fase é que fornecem robustez devido a existência de atratores estáveis. Isso é porque o sistema rapidamente retorna para seu comportamento rítmico após uma perturbação transitória. A capacidade de acoplamento/sincronização de osciladores de fase junto com a estabilidade a pequenas perturbações torna possível integrar sensores de *feedback* para gerar o acoplamento entre controladores e sistemas mecânicos.

### A. Osciladores acoplados

Considere dois osciladores com fases  $\phi_C$  e  $\phi_R$ . Eles são usados para calcular as ações do controlador e representar a dinâmica do robô, respectivamente [3]. Seus comportamentos temporais são descritos pelas seguintes equações:

$$\dot{\phi}_C = \omega_c + K_c \sin(\phi_R - \phi_C), \quad (4)$$

$$\dot{\phi}_R = \omega_r + K_r \sin(\phi_C - \phi_R), \quad (5)$$

onde  $\dot{\phi}$  é o derivativo no tempo do oscilador,  $\omega > 0$  é a velocidade angular natural e  $K \geq 0$  a constante de acoplamento. É importante notar que  $\omega$  é a velocidade inicial e não varia de acordo com  $\dot{\phi}$ . Ele é constante, apenas  $\dot{\phi}$  varia. Isso faz a velocidade do oscilador convergir para a frequência de compromisso  $\omega^*$  durante o acoplamento.

Um parâmetro importante para os osciladores é a diferença de fase  $\Psi = \phi_C - \phi_R$ . Derivando ela e usando as Eqs. (4) e (5) obtém:

$$\dot{\Psi} = \omega_c - \omega_r - (K_c + K_r) \sin(\Psi). \quad (6)$$

Quando acoplados, a diferença de fase é constante e  $\dot{\Psi} = 0$ . Analisando esta última equação, é notado que  $\dot{\Psi}$  é uma função senoidal onde  $(\omega_c - \omega_r)$  é o ponto central de uma onda e  $(K_r + K_c)$  é a amplitude. Assim, para os osciladores estarem acoplados, a equação deve ter raízes ( $\dot{\Psi} = 0$ ) apenas se  $(K_c + K_r) \geq (\omega_c - \omega_r)$ . Um fato importante é que o sistema é estável apenas quando converge para um ponto fixo estável, chamado de atrator. Isso acontece apenas quando tem duas raízes e o atrator está sobre o último deles, isto é:

$$\sin(\Psi_{fixo}) = \frac{(\omega_c - \omega_r)}{(K_c + K_r)}, \quad (7)$$

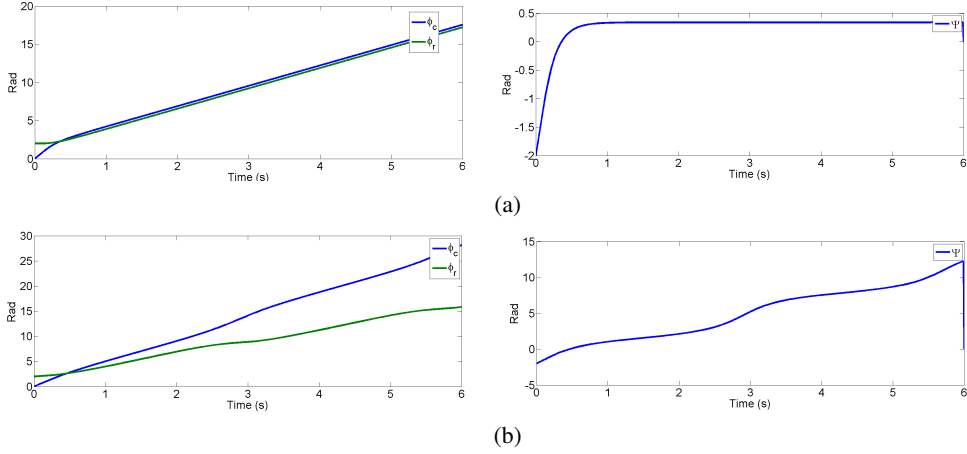


Figura 1. Atratores dos osciladores: (a) estável e (b) instável. Para cada caso, o gráfico a esquerda mostra os valores das fases e o gráfico a direita a diferença de fase.

$$\Psi_{fixo} = \text{asin} \left( \frac{(\omega_c - \omega_r)}{(K_c + K_r)} \right) + 2K\pi, \quad (8)$$

$$\dot{\Psi}_{fixo} = -(K_c + K_r) \cos(\Psi_{fixo}). \quad (9)$$

Nas equações acima, o atrator existe quando  $\cos(\Psi_{fixo}) > 0$ . Foi implementado em *MATLAB* e testado os casos onde  $(K_c + K_r) > (\omega_c - \omega_r)$  e  $(K_c + K_r) < (\omega_c - \omega_r)$ . No primeiro caso os valores das constantes foram  $K_c = 4$ ,  $K_r = 2$ ,  $\omega_c = 4$ ,  $\omega_r = 2$  e as fases começam com os valores  $\phi_c = 0$ ,  $\phi_r = 2$ . Na Figura 1.a nota-se que os osciladores rapidamente sincronizam suas fases e a diferença de fase permanece constante. No segundo caso os valores das constantes foram  $K_c = 1$ ,  $K_r = 1$ ,  $\omega_c = 5$ ,  $\omega_r = 2$  e as fases começam com os valores  $\phi_c = 0$ ,  $\phi_r = 2$ . Na Figura 1.b nota-se que os osciladores não conseguem sincronizar suas fases e a diferença de fase varia. Os resultados foram similares ao obtidos em [3].

### B. Sincronização de fase usando CoP

Uma forma de superar o problema do acoplamento do oscilador do controlador com a dinâmica do robô é usar o CoP. Durante a marcha, seu comportamento oscilatório é parecido com o do CoM. Assim, é possível definir uma função da velocidade ( $\dot{x}$ ) como função da posição do CoP ( $x$ ) e então calcular o ângulo da fase a partir da equação:

$$\phi_R = -\text{atan2}(\dot{x}, x), \quad (10)$$

onde  $\text{atan2}()$  é usado para diferenciar o 3º quadrante do 1º, e também o 4º do 2º. Conhecendo o ângulo da fase do robô é possível calcular o ângulo da fase do controlador a partir da Eq. (4). Como algumas juntas possuem movimentos defasados, foram usados 4 controladores defasados  $\frac{\pi}{2}$  do anterior. Assim em um dado instante, cada controlador estará em um quadrante diferente. A fase dos controladores defasados  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$  serão chamados de  $\phi_C^1, \phi_C^2, \phi_C^3$  e  $\phi_C^4$ , respectivamente.  $\phi_C^1$  e  $\phi_C^2$  são usados para controlar a perna direita e  $\phi_C^3$  e  $\phi_C^4$  a perna esquerda.

## IV. GERANDO LOCOMOÇÃO BÍPEDE

Neste trabalho, a locomoção é gerada combinando os movimentos de diferentes juntas. A posição de cada junta em um dado tempo é definida por uma função senoidal cujo ângulo é a fase do controlador, isto é:

$$\theta_{junta} = A_{junta} \sin(\phi_C^n) + kA_{junta}, \quad (11)$$

onde  $A_{junta}$  é a amplitude do movimento, e  $n$  o número do controlador. Dependendo de como a junta se move, sua posição pode variar de  $-A_{junta}$  a  $A_{junta}$ ,  $-2A_{junta}$  a  $0$  ou  $0$  a  $2A_{junta}$ . Isso é definido pela constante  $k$ , que é  $0, 1$  ou  $-1$ , respectivamente.

Usando funções senoidais para diferentes juntas ao mesmo tempo, é possível desenvolver movimentos que serão definidos como movimentos primitivos. Esses movimentos, quando sozinhos, não geram nenhum tipo de locomoção. Além disso, em alguns casos, executar apenas um movimento primitivo fará o robô cair. Entretanto, eles servem como base para movimentos mais complexos que produzirão movimentos funcionais para o robô. Os movimentos primitivos desenvolvidos são descritos a seguir.

- *Balance*: transfere o CoP de uma perna para a outra;
- *Stepping*: eleva as pernas alternadamente;
- *Forward*: a perna de suporte move para trás afim de empurrar o robô para a frente, enquanto a outra perna move para frente;
- *Left*: a perna de suporte move para a direita afim de empurrar o robô para a esquerda, enquanto a outra perna move para a esquerda;
- *Turn Left*: a perna de suporte move do sentido anti horário para rotacionar o robô para a esquerda, enquanto que a outra perna rotaciona no sentido horário;
- *Right*: a perna de suporte move para a esquerda afim de empurrar o robô para a direita, enquanto a outra perna move para a direita;
- *Turn Right*: a perna de suporte move do sentido horário para rotacionar o robô para a direita, enquanto que a outra perna rotaciona no sentido anti horário;

Tabela I  
PARÂMETROS DAS FUNÇÕES SENOIDAIS DO MOVIMENTO PRIMITIVO  
*balance*.

Junta	$A_{junta}$	$n$	$k$
<i>Right Hip Roll</i>	$0.118^\circ$	3	0
<i>Right Ankle Roll</i>	$6.286^\circ$	4	0
<i>Left Hip Roll</i>	$0.118^\circ$	3	0
<i>Left Ankle Roll</i>	$6.286^\circ$	4	0

Da mesma forma que movimentos primitivos são a combinação de funções senoidais para cada junta, movimentos compostos são a combinação de movimentos primitivos. Todos os movimentos compostos possuem *balance* e *stepping*, já que eles são os responsáveis pelo equilíbrio e a troca de qual é a perna de suporte. Os outros primitivos são usados para indicar em qual direção o robô deve seguir. É possível fazer uma grande variedade de combinações. Algumas delas são listadas a seguir.

- Walk Forward= Balance + Stepping + Forward;
- Walk Backward = Balance + Stepping - Forward;
- Walk Left= Balance + Stepping + Left;
- Turn Left (composto) = Balance + Stepping + Turn Left (primitivo);
- Walk Forward while Turning Left = Balance + Stepping + Forward + Turn Left;
- Walk Left while Turning Left = Balance + Stepping + Left + Turn Left.

Como pode ser notado, os movimentos compostos possuem alguns primitivos em comum e eles usam o mesmo conjunto de controladores. Como resultado, a transição de um movimento para outro ocorre de forma contínua sem a necessidade de retornar a uma posição de repouso. Essa é uma das maiores vantagens do método proposto.

## V. RESULTADOS

Neste trabalho, as equações originais foram modificadas para satisfazer as proporções do NAO e subdivisão dos movimentos em movimentos primitivos e compostos. Além disso, pretendia-se fazer o robô andar com o corpo ereto na simulação, então os ângulos de repouso são menores que os originais [3].

Em relação à plataforma robótica, o NAO é instrumentado para ser uma completa plataforma de pesquisa. Ele possui 6 graus de liberdade em cada perna, 4 sensores de pressão em cada pé para obter o ZMP, e outros sensores que não são utilizados neste trabalho.

Quanto ao controlador, Tabelas I e II mostram os parâmetros das senoidais dos movimentos primitivos *balance* e *stepping*.  $n$  e  $k$  foram encontrados empiricamente para produzir uma marcha mais estável. As amplitudes foram encontradas utilizando o GA desenvolvido em [5], que foi adaptado para considerar os mesmos parâmetros para os movimentos primitivos de diferentes tipos de locomoção, enquanto mantém uma estabilidade aceitável.

Um dos experimentos feitos consiste em realizar o movimento composto *Walk Forward* por 2.5 segundos e logo em seguida realizar o movimento composto *Turn Left* por mais 2.5

segundos. Também usando GA, a constante de acoplamento encontrada foi  $k_C = 7.682$  para uma velocidade angular natural  $\omega_c = 4rad/s$ . Figura 2 mostra os ângulos da perna direita no experimento.

Pode ser visto que as senoides estão acopladas e elas foram deformadas para permanecerem sincronizadas com o a dinâmica do robô. Além disso, no tempo de 2.5 segundos quando ocorre a mudança de um movimento para o outro não há perturbações significantes, como pode ser visto nos ângulos *Knee Pitch* (linha ciano) e *Ankle Roll* (linha roxa) que continuam com a mesma oscilação. Até mesmo *Ankle Pitch* (linha amarela) que muda subitamente sua direção de oscilação permanece sincronizado.

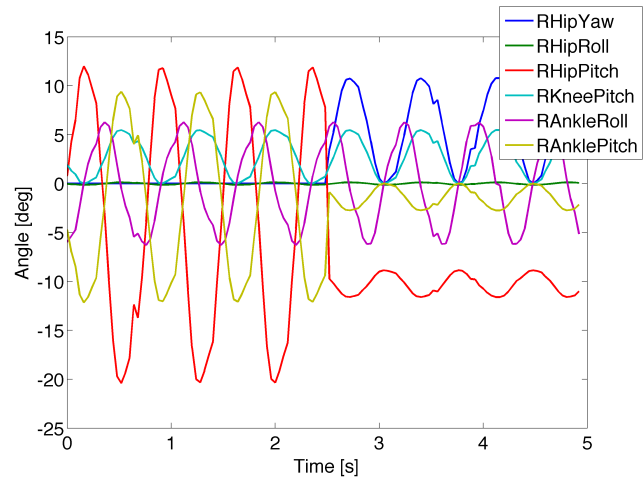


Figura 2. Ângulos da perna direita do movimento composto *walk forward* seguido de *turn left*.

A fase do controlador  $\phi_C^1$  e a dinâmica do experimento são mostrados na Figura 3. O acoplamento entre as duas fases é o que permite a sincronização dos movimentos. No movimento *Turn Left*, a fase da dinâmica sofre perturbações ao longo do tempo e o controlador tenta compensar essas perturbações. Isso ocorreu porque nesse movimento composto o robô não conseguiu levantar os pés do chão completamente. Como o foco do GA era encontrar parâmetros para estabilizar movimentos compostos que possuem movimentos primitivos em comum, a eficiência de alguns foi prejudicada.

Na Figura 4 é mostrado os ângulos *pitch* (linha verde) e *roll* (linha azul) do corpo do robô. Na *fitness function* do GA, foi especificado que o desvio padrão de *pitch* não poderia exceder  $7.5^\circ$  e o desvio padrão de *roll* deveria ser menor que  $10^\circ$ . Ambos os desvios foram muito próximos dos limiares, e para

Tabela II  
PARÂMETROS DAS FUNÇÕES SENOIDAIS DO MOVIMENTO PRIMITIVO  
*stepping*.

Junta	$A_{junta}$	$n$	$k$
<i>Right Hip Pitch</i>	$1.3740^\circ$	1	-1
<i>Right Knee Pitch</i>	$-2.740^\circ$	1	-1
<i>Right Ankle Pitch</i>	$1.370^\circ$	1	-1
<i>Left Hip Pitch</i>	$1.370^\circ$	3	-1
<i>Left Knee Pitch</i>	$-2.740^\circ$	3	-1
<i>Left Ankle Pitch</i>	$1.370^\circ$	3	-1

o movimento composto *Turn Left*, eles foram mais constantes que para *Walk Forward*. Não há perturbações significantes na transição de um para o outro. Se os limiares os desvios padrões fossem menores, um dos movimentos poderia ficar instável e o robô poderia cair.

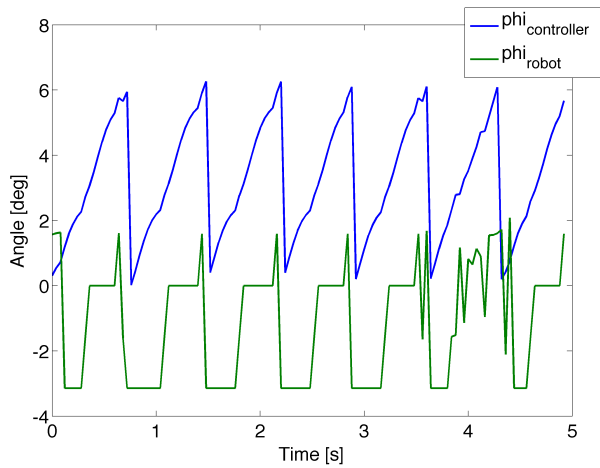


Figura 3. Fase do oscilador  $\phi_C^1$  e dinâmica do robô.

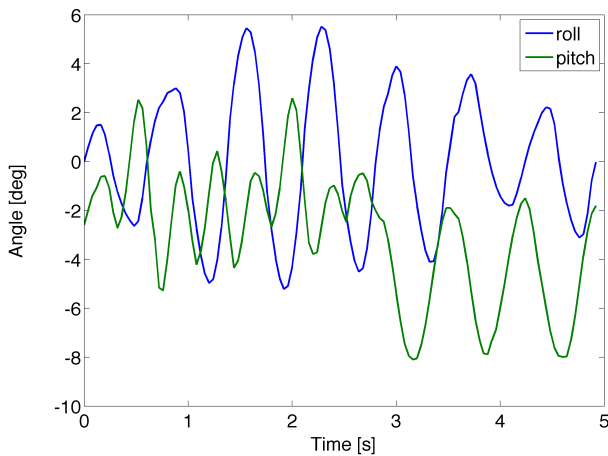


Figura 4. Inclinação do corpo do robô durante os movimentos compostos divididos em duas partes: *walking forward* até 2.5s e depois *turning left*.

Devido a subdivisão dos movimentos em primitivos e compostos, foi possível criar uma grande variedade de movimentos compostos e ainda é possível criar novos seguindo os mesmos princípios. Alguns movimentos podem ser vistos na Figura 5.

## VI. CONCLUSÃO

Este trabalho visava explorar o controle de marcha para uso em atividades com interação homem-robô. O modelo de osciladores acoplados permitiu a criação de novos movimentos para as pernas e a integração entre eles. Além disso, o método possui um processamento relativamente rápido, já que ele apenas lê a informação de 8 sensores de pressão e realiza algumas operações trigonométricas. Isso pode aumentar o número de atividades em tempo real que o robô pode realizar.

Com o uso dos sensores de pressão como *feedback*, os movimentos ficaram estáveis e o robô foi capaz de levantar o pé do chão considerando pequenas perturbações na maioria dos casos. Algumas modificações precisam ser feitas para melhorar a integração entre diferentes tipos de locomoção.

Em um trabalho futuro pretende-se criar um segundo controlador para fazer pequenas correções na locomoção enquanto os osciladores acoplados são usados. A ideia é usar um algoritmo de aprendizagem reforçada para melhorar a trajetória da marcha da mesma forma que o trabalho de J. Morimoto et al. [8].

## AGRADECIMENTO

Este trabalho foi apoiado parcialmente pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Brasil.

## REFERÊNCIAS

- [1] B. Siciliano, O. Khatib (Eds.). "Springer Handbook of Robotics". Springer 2008, ISBN 978-3-540-23957-4.
- [2] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa. "Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point". In Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1620–1626, 2003.
- [3] A. Queiroz G., "Locomoção Bípede". master dissertation, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2011.
- [4] J. Morimoto, G. Endo, J. Nakanishi, S.H. Hyon, G. Cheng, D. Bentivegna, and C.G. Atkeson. "Modulation of simple sinusoidal patterns by a coupled oscillator model for biped walking". In Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1579–1584, 2006.
- [5] R. C. de Paiva, A. R. S. Romariz, and G. A. Borges, "Searching cpg parameters for humanoid gait using particle swarm optimization and genetic algorithm", in Advanced Robotics(ICAR), 2013 16th International Conference on, Nov 2013, pp. 1-6.
- [6] Neumann, Donald A., "Kinesiology of the Musculoskeletal system", page 534, Mosby.
- [7] S. H. Strogatz. "Nonlinear Dynamics and Chaos With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering". Perseus Books, 1994.
- [8] N. Sugimoto and J. Morimoto, "Phase-dependent trajectory optimization for cpg-based biped walking using path integral reinforcement learning," in Proc. IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots (Humanoids), 2011, pp. 255-260.

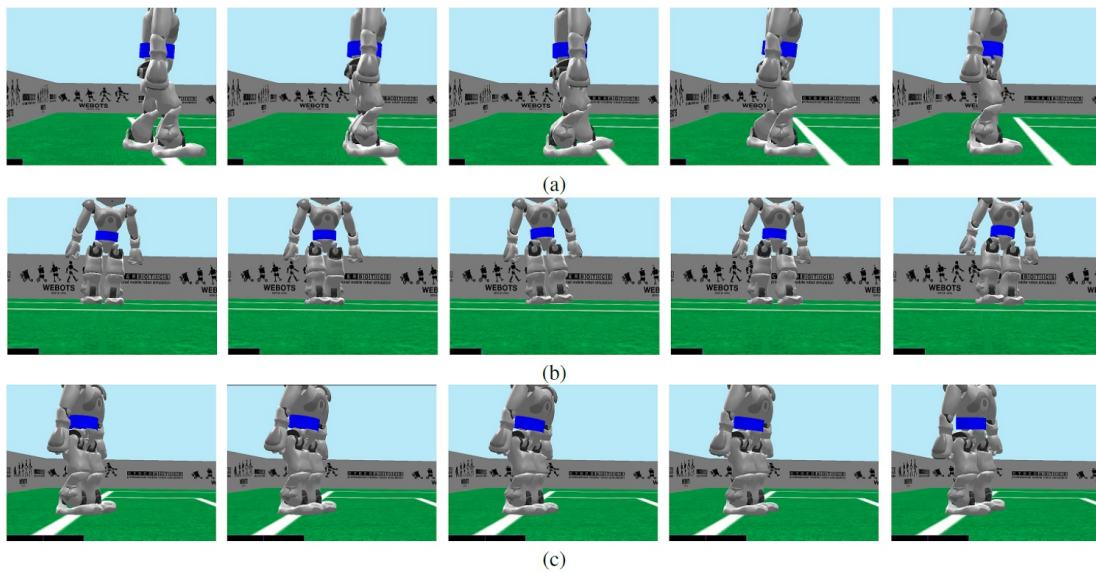


Figura 5. Simulação do NAO realizando (a) *walking backwards*, (b) *walking forward while turning left*, e (c) *walking left while turning right*. Enquanto que as mudanças podem ser sutis nos movimentos representados em (b) e (c), note que a diferença de fase em cada movimento é ilustrada.